

Część E

PRZYKŁADOWE ZADANIE

Spis treści części E

E52. Lista przykładowych zadań	3
52.1. Belka3Przesła	4
52.2. Belka z przegubem	8
52.3. Ciężna	10
52.4. Dach (ustrój drewniany)	11
52.5. Dynamika belki	13
52.6. Dynamika wspornika	14
52.7. Stalowy układ wsporczy	15
52.8. II-gi rząd	18
52.9. Ustrój stalowy- żelbetowo	20
52.10. Dźwigar kratowy	22
52.11. Zmienny układ podpór	25
52.12. Łuki eliptyczne	26
52.13. Łuk kratowy i łuk ramowy	27
52.14. Luzy w podporach	29
52.15. Maszt (ustrój ciągowy)	31
52.16. Podpory jednostronne	32
52.17. Rama3D	33
52.18. Rama w gruncie	35
52.19. Ruszt na gruncie	37
52.20. Słup o ograniczonej nośności	39
52.21. Spirala	40
52.22. Tramwaj (obciążenie ruchome)	41
52.23. Belka na podłożu Winklera	42
52.24. Przekrój o zmiennej wysokości	44
52.25. Podpory z tarciami	45

E 52. Lista przykładowych zadań

W katalogu \Przykłady_Ram zamieszczono 41 przykładowych zadań. Część jest tylko przykładami geometrii, są zadania opracowane przez użytkowników i są zadania opisane szczegółowo opisane w tym rozdziale.

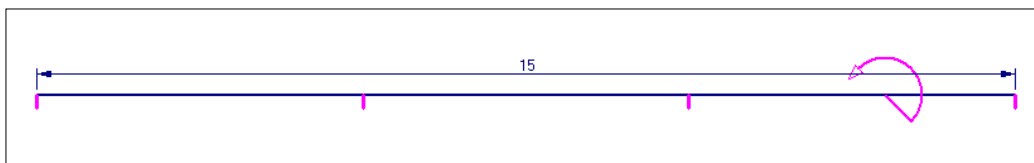
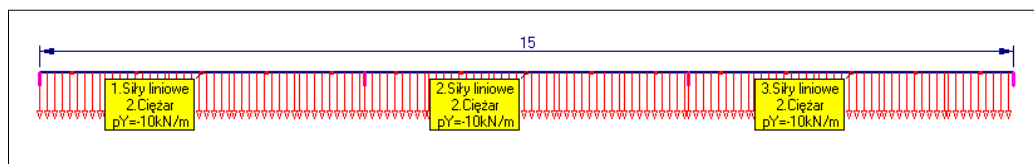
1. Belka3Przesła – jest to zadanie, w którym zademonstrowano różne zestawy atrybutów.
2. BelkaPrzegub – belka z przegubem.
3. BelkaNaPodlozuL i BelkaNaPodlozuN - rozwiązanie liniowe i nieliniowe belki na podłożu Winklera.
4. CiegnaL, CiegnaN- zadanie z jednostronnymi cięgnami; rozwiązanie liniowe i nieliniowe.
5. Dach – model drewnianego dachu.
6. DynamikaBelki – częstości drgań własnych belki wolnopodpartej.
7. DymikaWspornika – częstości drgań własnych belki wspornikowej.
8. Gips – stalowa konstrukcja wsporcza.
9. Ilirzad i IlirzadN – rozwiązanie wg teorii II-go rzędu.
10. KładkaL i KładkaN – ustrój nośny z cięgnami; rozwiązanie liniowe i nieliniowe.
11. Kopuła – model kopuły.
12. Krata2D – model płaskiej kratownicy.
13. Krata3D – model kratownicy przestrzennej – obiekt o zmiennym układzie podporowym.
14. LiniaSrubowa – Model linii śrubowej.
15. LukiEliptyczne – model ilustrujący możliwości procedury powielania.
16. LukKratowy i LukRamowy – porównanie modelu kratowego i ramowego tego samego obiektu.
17. LukParaboliczny – Model dźwigara mostowego.
18. LuzyWPodporach – prezentacji możliwości modelowania podpór z luzami.
19. MasztL, MarszN – model masztu z odciągami; rozwiązanie liniowe i nieliniowe.
20. Model_Z_Plikow - model zbudowany przez wczytanie danych z plików.
21. PodporyJednostronne – prezentacja możliwości modelowania nieliniowych podpór.
22. Podpory_Z_Pliku - model w którym podparcie wczytano z pliku.
23. Rama3D- model, w którym rozłożono parcie wiatru na obciążenia liniowe.
24. RóżneObc - model ilustrujący różne obciążenia.
25. SchodySpiralne - model powstały z generatora spirali.
26. Słup_Liniowy, Słup_Nieliniowy - zadanie z podporą o ograniczonej nośności.
27. Spirala - model zbudowany generatorem spirali.
28. Symetria - model rusztu z podwójną symetrią.
29. Tramwaj – model mostu obciążonego siłami ruchomymi.
30. Wezly_Zalezne_1 i Wezly_Zalezne_2 - model wykorzystujący wspólnotę przemieszczeń.
31. Wieżba – model więźby drewnianej kościoła z Bliznem.
32. Zmienny – rama z przekrojów o zmiennej wysokości.
33. ZTarcieL i ZTarcieN – prezentacja możliwości modelowania podpór z tarcie.

52.1. Belka3Przesła (belka żelbetowa)

Jest to belka ciągła o trzech przęsłach po 5 m każde. Belka jest z betonu C20/25. Ma prostokątny przekrój o szerokości 30cm i wysokości 50 cm. Przyjęto w niej 10 schematów.

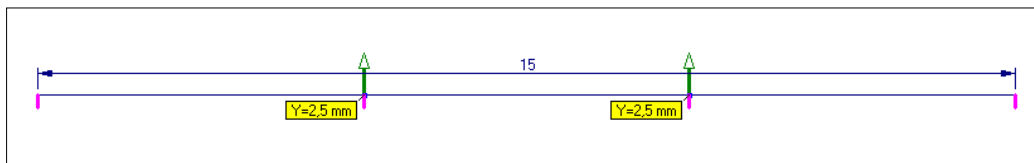
Nr	X[kN]	Y[kN]	Zz[kNm]	Opis
1	0	-56,25	0	Ciężar własny
2	0	-150	0	Siły liniowe
3	0	-50	0	Siły liniowe
4	0	-50	0	Siły liniowe
5	0	-50	0	Siły liniowe
6	0	-10	0	Siły węzłowe
7	0	0	10	Siły węzłowe
8	0	0	0	Przyrosty temperatur
9	0	0	0	Wybrzuszenie
10	0	0	0	Przem.wstępne

Schematy od 1 do 7 są to obciążenia mechaniczne, ósmy jest obciążeniem gradientem temperatury, a dziewiąty i dziesiąty są to wstępne przemieszczenia podpór. Schematy 3,4 i 5 powstały z rozłożenia obciążenia ciągłego na obciążenia przęsłowe. Zabieg ten wykonano wybierając opcję **Rozłóż obciążenia** w menu [Obciążenia](#). Na rysunku poniżej pokazano łączne działanie obciążeń zmierzających powstałych po rozłożeniu.



W szóstym schemacie przyjęto siłę skupioną przyłożoną w lewym prześle, a w siódmym przyjęto moment skupiony przyłożony w prawym prześle.

W ósmym schemacie zadano na całej długości różnicę temperatur na wysokości przekroju równą 20°. Oznacza to, że górne włókna przekroju mają temperaturę +10°C, a dolne 10°C.



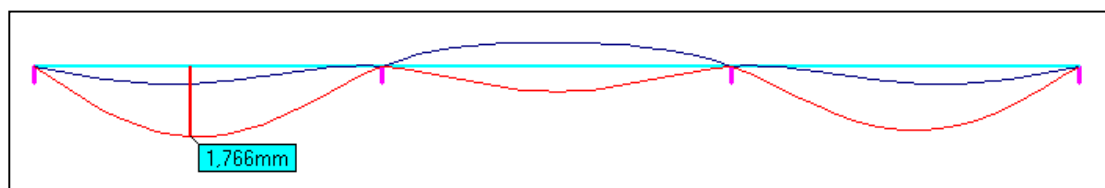
W dziewiątym schemacie wprowadzono wstępne przemieszczenia podpór wynikające z wybruszenia o promieniu 10000 m.

W dziesiątym schemacie wprowadzono wstępne przemieszczenie prawej skrajnej podpory o 10mm w górę.

Przykładowe zadania

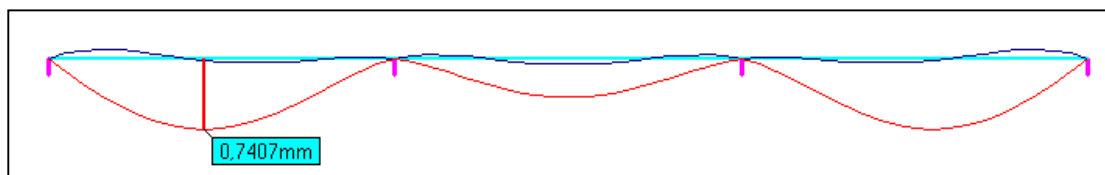
Po obliczeniach wprowadzono trzy zestawy mnożników i atrybutów. W pierwszym zestawie zwanym zawsze Bazowy zadeklarowano, że pierwszy i drugi schemat to są obciążenia stałe. Od 3 do 7 schematu są to obciążenia zmienne. Pozostałe warianty są wyłączone z liczenia obwiedni. O dwóch wariantach dodatkowych: „Długotrwałe” „Całkowite” będzie mowa dalej przy omawianiu wymiarowania tej belki. Poniżej pokazano ugięcia belki dla wartości ekstremalnych.

Mnożniki i atrybuty (Zestaw: Bazowy)						
Nr	Opis	Obc(+)	Obc(-)	Udz.	Atrybut	
1	Ciężar własny	1,1	1,1	1	Stały	
2	Siły liniowe	1,1	1,1	1	Stały	
3	Siły liniowe	1,3	1,3	1	Zmienny	
4	Siły liniowe	1,3	1,3	1	Zmienny	
5	Siły liniowe	1,3	1,3	1	Zmienny	
6	Siły węzłowe	1,2	1,2	1	Zmienny	
7	Siły węzłowe	1,2	1,2	1	Zmienny	
8	Przyrosty temp	1	1	1	Wyłączony	
9	Wybrzuszanie	1	1	1	Wyłączony	
10	Przem.wstępne	1	1	1	Wyłączony	
11/1	Długotrwałe	1	1	1	Wyłączony	
12/2	Całkowite	1	1	1	Wyłączony	



Po wywołaniu opcji Atrybuty i mnożniki z menu [Obwiednia](#) wprowadzono drugi zestaw, w którym wyłączono wszystkie warianty z wyjątkiem pierwszych dwóch, które są obciążeniami stałymi i wariantu ósmego „Przyrosty temperatury”, który otrzymał status obciążenia zmiennego. Postać ugięć ekstremalnych pokazano poniżej.

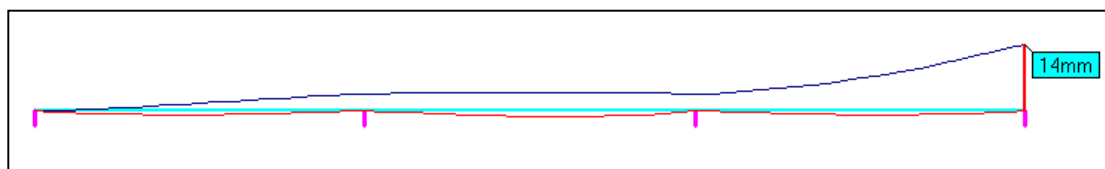
Mnożniki i atrybuty (Zestaw: 1.Termika)						
Nr	Opis	Obc(+)	Obc(-)	Udz.	Atrybut	
1	Ciężar własny	1,1	1,1	1	Stały	
2	Siły liniowe	1,2	1,2	1	Stały	
3	Siły liniowe	1	1	1	Wyłączony	
4	Siły liniowe	1	1	1	Wyłączony	
5	Siły liniowe	1	1	1	Wyłączony	
6	Siły węzłowe	1	1	1	Wyłączony	
7	Siły węzłowe	1	1	1	Wyłączony	
8	Przyrosty temp	1,4	1,4	1	Zmienny	
9	Wybrzuszanie	1	1	1	Wyłączony	
10	Przem.wstępne	1	1	1	Wyłączony	
11/1	Długotrwałe	1	1	1	Wyłączony	
12/2	Całkowite	1	1	1	Wyłączony	



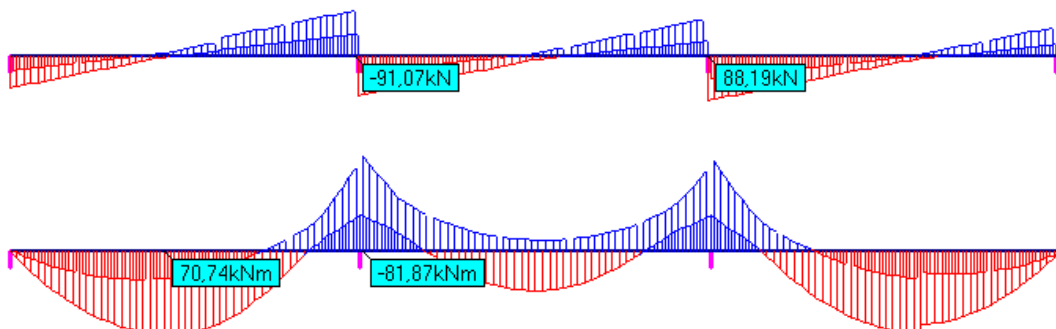
Wywołując powtórnie opcję Atrybuty i mnożniki z menu [Obwiednia](#) wprowadzono trzeci zestaw parametrów sterujących liczeniem obwiedni. Tym razem zostały tylko dwa pierwsze warianty odpowiadające schematom bazowym, i one otrzymały atrybut obciążenia stałego i dwa ostatnie schematy bazowe, które dostały atrybut obciążeń zmiennych. Pozostałe warianty zostały wyłączone z liczenia obwiedni. Postać ugięć ekstremalnych pokazano poniżej.

Nr	Opis	Obc(+)	Obc(-)	Udz.	Atrybut
1	Ciężar własny	1,1	1,1	1	Stały
2	Siły liniowe	1,2	1,2	1	Stały
3	Siły liniowe	1	1	1	Wyłączony
4	Siły liniowe	1	1	1	Wyłączony
5	Siły liniowe	1	1	1	Wyłączony
6	Siły węzłowe	1	1	1	Wyłączony
7	Siły węzłowe	1	1	1	Wyłączony
8	Przyrosty temp	1	1	1	Wyłączony
9	Wybrzuszenie	1,4	1,4	1	Zmienny
10	Przem.wstępne	1,4	1,4	1	Zmienny
11/1	Długotrwałe	1	1	1	Wyłączony
12/2	Całkowite	1	1	1	Wyłączony

Drukuj
Zapisz
Schowek
OK



Poniżej pokazano obwiednię sił poprzecznych i momentów gnących dla bazowego zestawu atrybutów i mnożników. Dla takiego przebiegu momentów przeprowadzono wymiarowanie belki żelbetowej.



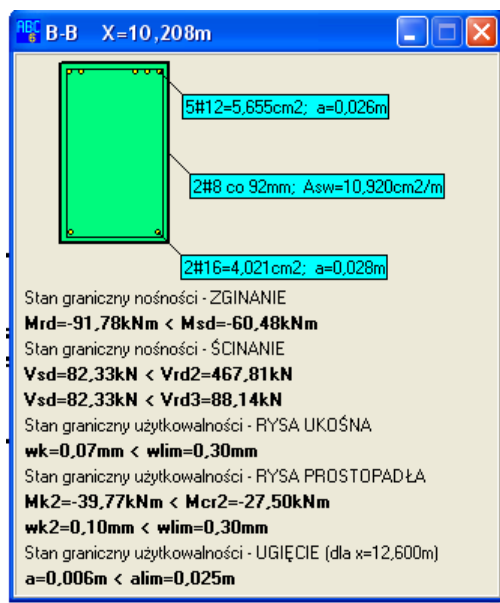
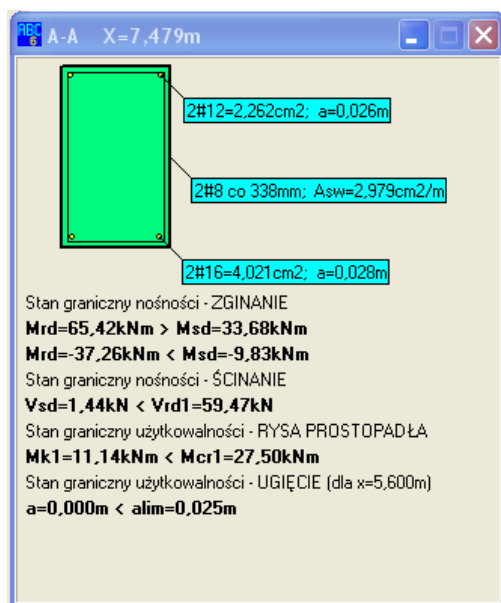
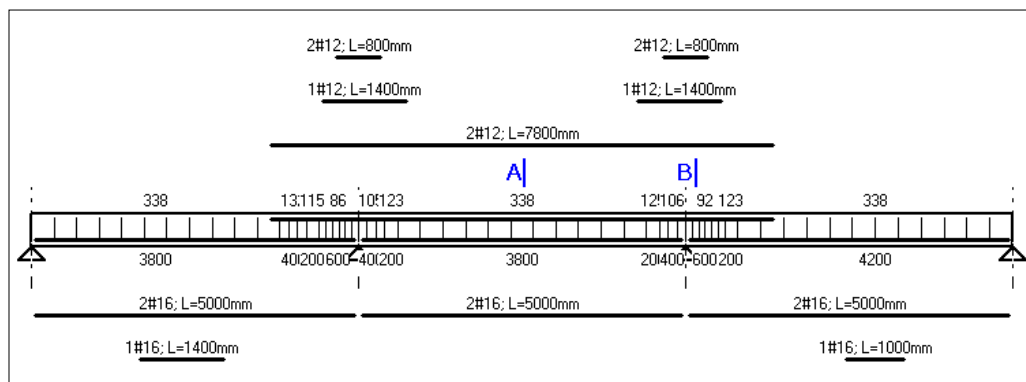
Przykładowe zadania

Ponadto dla uwzględnienia warunku stanu granicznego ugięć zdefiniowano dwa warianty dodatkowe: obciążenia długotrwałe, w których przyjęto sumę wartości charakterystycznych obciążeń stałych i stałe części wartości charakterystycznych obciążeń zmiennych oraz obciążenia długotrwałe, które są sumą wartości charakterystycznych obciążeń stałych i zmiennych.

Składniki wariantu: 11/1

Nr	Mnoż.	Opis
1	1	Ciężar własny
2	1	Siły liniowe
3	0,7	Siły liniowe
4	0,7	Siły liniowe
5	0,7	Siły liniowe
6	0,7	Siły węzłowe
7	0,7	Siły węzłowe

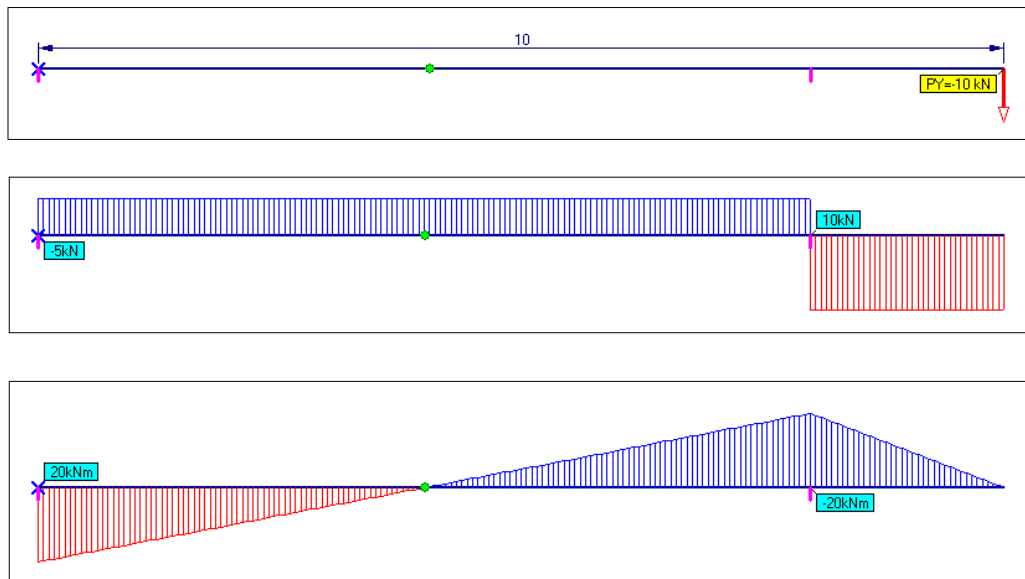
Na kolejnych rysunkach pokazano zbrojenie belki obliczone przy założeniu trzech grup zbrojenia górnego i dolnego.



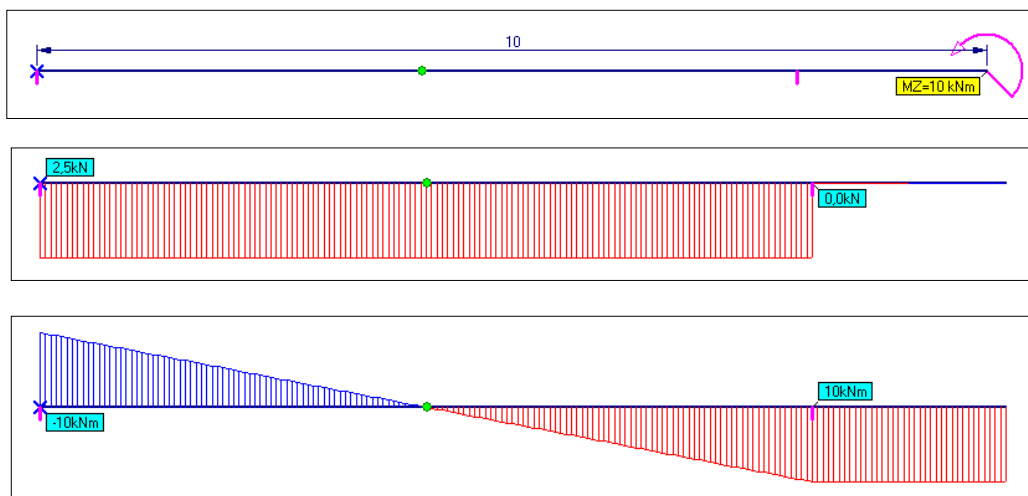
52.2. Belka z przegubem

Jest to belka prosta utwierdzona z lewej strony, podparta przegubowo z prawej strony i mająca po tej stronie wisięgnik. W belce wprowadzono przegub. Jest to, zatem belka statycznie wyznaczalna. W modelu nie zadano materiału ani przekroju. Przyjęto pięć schematów obciążenia: siła skupiona na prawym końcu, moment skupiony na prawym końcu, moment w przegubie, stałe obciążenie liniowe na całej długości i obciążenie liniowo zmienne przyłożone do belki po prawej stronie przegubu. Poniżej pokazano wykresy sił poprzecznych i momentów dla tych schematów.

Pierwszy schemat- siła skupiona na prawym końcu.

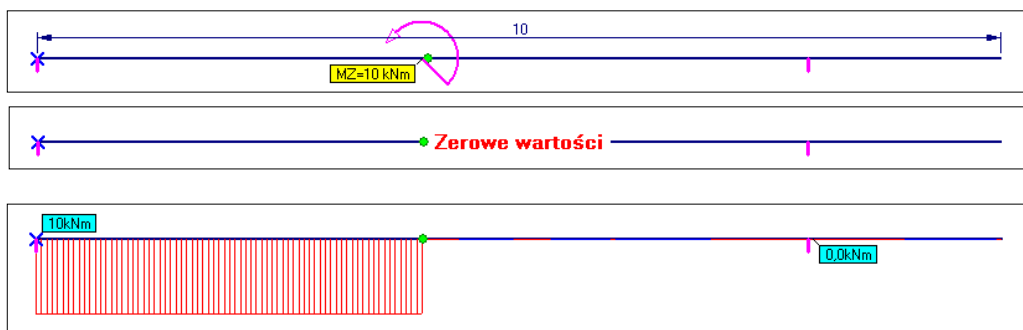


Drugi schemat – moment skupiony na prawym końcu.

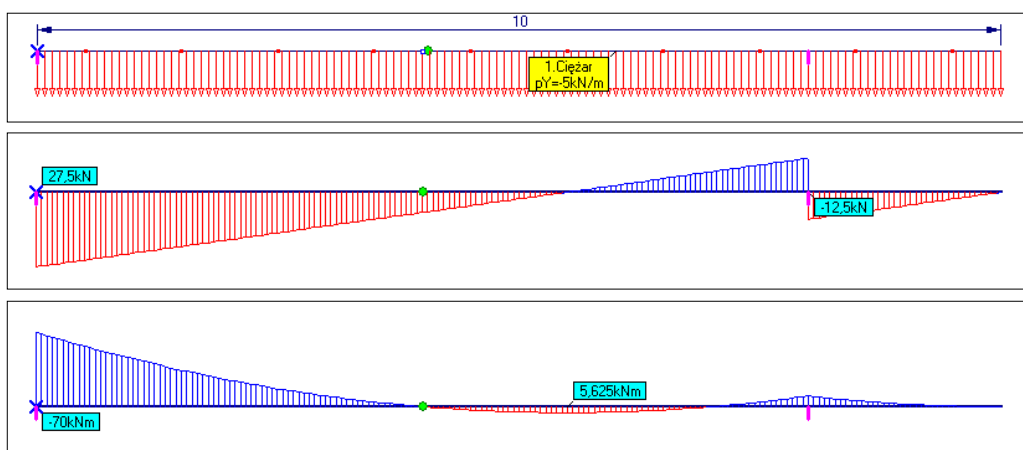


Przykładowe zadania

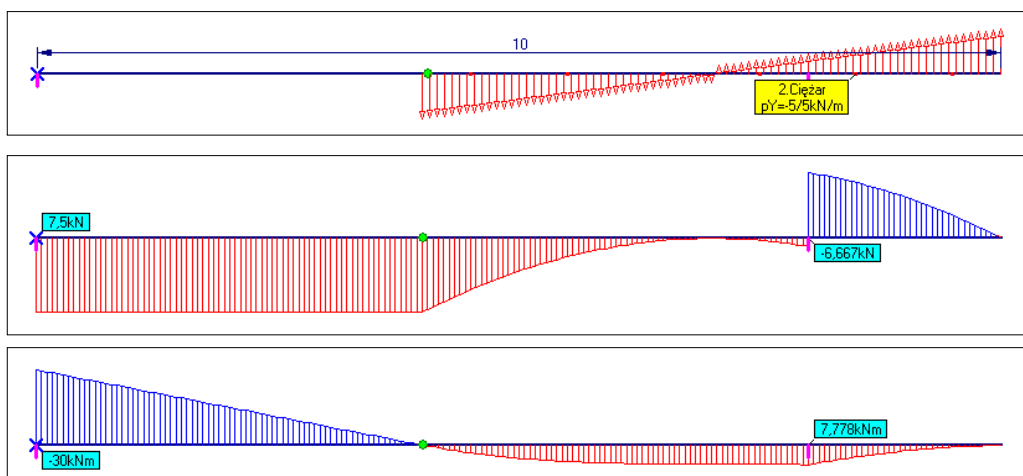
Trzeci schemat – moment skupiony w przegubie.



Czwarty schemat – obciążenie liniowe.

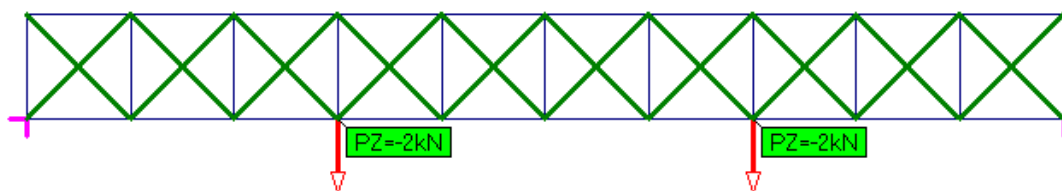


Piąty schemat – obciążenie liniowo zmienne.

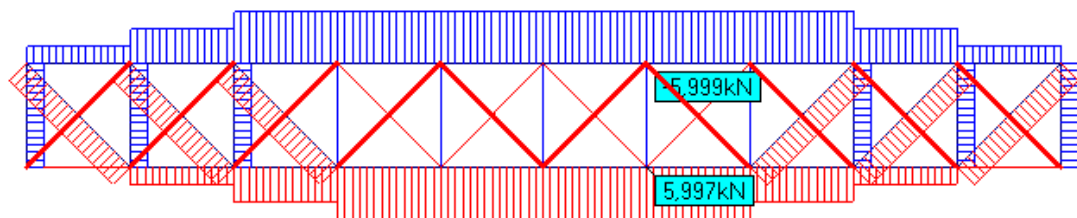
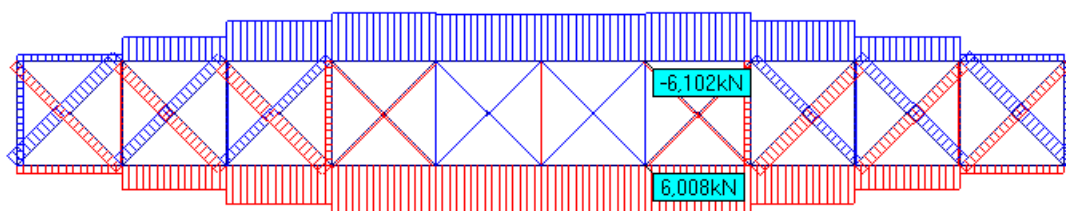
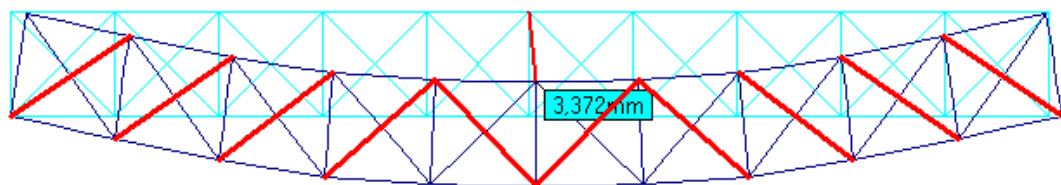
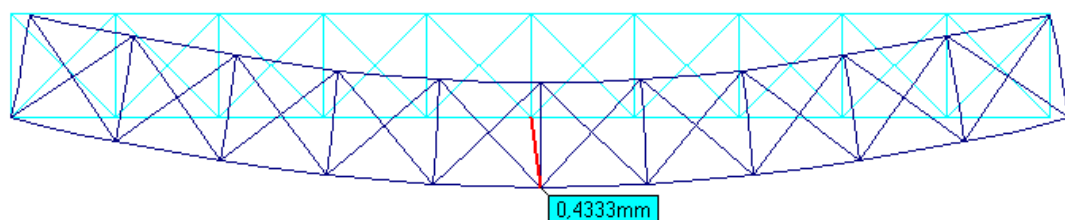


52.3. Ciegna i CiegnaN

W zadaniu Ciegna do modelu płaskiej ramy wprowadzono jednostronne ciegna, które ulegają wyłączeniu, jeśli pojawią się w nich siły ściskające. Lokalizację cięgien pokazano poniżej. Przyjęto dwa schematy: ciężar własny i obciążenie dwiema siłami skupionymi.

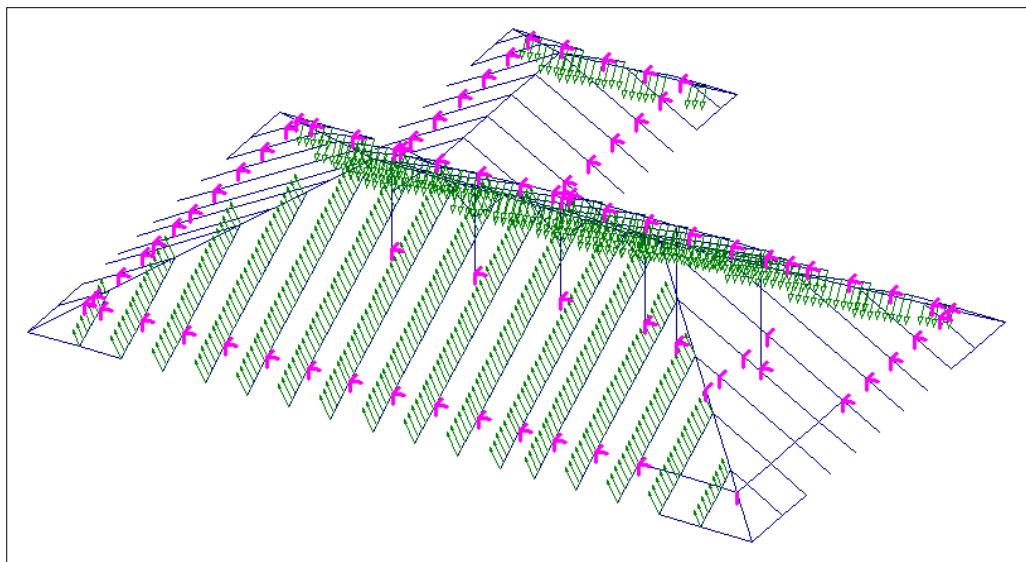


Zadanie rozwiązywano bez warunków nieliniowych (Ciegno) i z warunkami nieliniowymi (CiegnoN). Dalej pokazano ugięcia i siły osiowe w rozwiązaniu liniowym i nieliniowym dla obciążeń siłami skupionymi. W rozwiązaniu nieliniowym pokazano lokalizację wyłączonych cięgien.



52.4. Dach (ustrój drewniany)

W zadaniu Dach1 pokazano model rzeczywistego obiektu drewnianego, w którym przyjęto 14 przekrojów. Część przekrojów jest taka sama, ale zadawano je w różnych miejscach i w ten sposób można było łatwo wybierać odpowiednie fragmenty do wymiarowania. Przyjęto siedem schematów: ciężar własny obliczany automatycznie przez program na podstawie ciężaru właściwego materiału i objętości elementów, obciążenie poszyciem, obciążenie śniegiem i działanie wiatru z czterech stron świata. Na rysunku poniżej pokazano model dachu oraz obciążenie wiatrem. Przy zadawaniu obciążenia wiatrem korzystano z możliwości automatycznego rozłożenia takiego obciążenia na siły liniowe przykładane do wybranych belek. Ten sposób rozkładania parcia wiatrem jest szczegółowo opisany w zadaniu Rama3D.



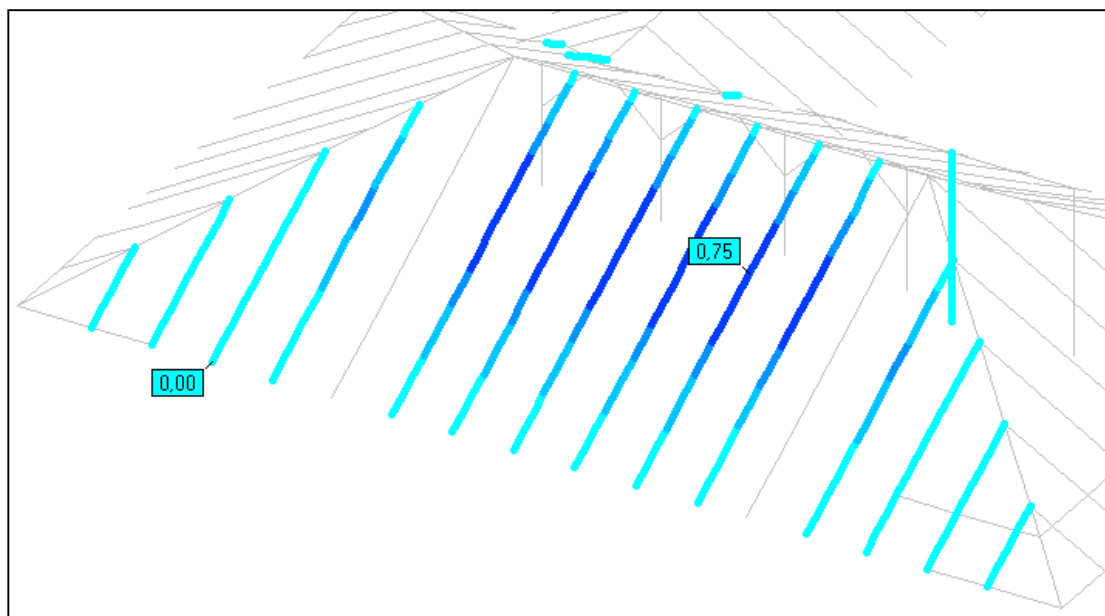
Poniżej pokazano listę atrybutów i mnożników, jakie przyjęto w zadaniu. Ciężar własny i pokrycie dachu są to obciążenia stałe, pokrywa śniegowa ma charakter obciążenia zmiennego, a wiatry tworzą dwie grupy obciążeń wzajemnie się wykluczających, zwanych warunkowymi. Udział wiatrów z kierunków X w jednej grupie wykluczeń zapewnia, że będzie brane obciążenie tylko w kierunku (+) lub (-). To samo dotyczy wiatrów z kierunku Y. Z kolei wprowadzenie różnych grup dla kierunków X i Y zapewni, że mogą być uwzględnione łączne działanie wiatrów z obu kierunków.

Mnożniki i atrybuty							
Nr	Opis	Obc(+)	Obc(-)	Udz.	Atrybut	Grupy/Zależności	
1	Ciężar własny	1,1	1,1	1	Stały		
2	Pokrycie dachu	1,2	1,2	1	Stały		
3	Śnieg	1,4	1,4	1	Zmienny		
4	Wiatr+X	1,4	1,4	1	Warunkowy	Grupy:1	
5	Wiatr -X	1,4	1,4	1	Warunkowy	Grupy:1	
6	Wiatr +Y	1,4	1,4	1	Warunkowy	Grupy:2	
7	Wiatr -Y	1,4	1,4	1	Warunkowy	Grupy:2	

Przy wymiarowaniu konstrukcji drewnianej poza atrybutami trzeba zdefiniować klasy obciążenia. Poniżej pokazano, jakie klasy zostały przyjęte w poszczególnych obciążeniach.

Klasy, mnożniki i atrybuty							
Nr	Opis	Klasa	Obc(+)	Obc(-)	Udz.	Atrybut	Grupy/Zależności
1	Ciężar własny	Stałe	1,1	1,1	1	Stały	
2	Pokrycie dachu	Stałe	1,2	1,2	1	Stały	
3	Śnieg	Średniotrwałe	1,4	1,4	1	Zmienny	
4	Wiatr+X	Chwilowe	1,4	1,4	1	Warunkowy	Grupy:1
5	Wiatr -X	Chwilowe	1,4	1,4	1	Warunkowy	Grupy:1
6	Wiatr +Y	Chwilowe	1,4	1,4	1	Warunkowy	Grupy:2
7	Wiatr -Y	Chwilowe	1,4	1,4	1	Warunkowy	Grupy:2

Kolejny rysunek pokazuje rozkład stopnia wyczerpania nośności przekroju nr 1. Wcześniej oczywiście w menu [Fragment](#) w opcji Przekroje wybrano ten właśnie przekrój.



Nad przyciskiem [Osie](#) jest przełącznik, którym można sekwencyjnie zmieniać pokazywany przekrój bez konieczności wywoływania menu [Fragment](#).

52.5. Dynamika belki

W zadaniu DynamikaBelki obliczono częstotliwości i postacie drgań własnych belki wolno podpartej. Wartości obliczone numerycznie porównano z wartościami teoretycznymi obliczonymi ze wzoru:

$$\omega_n = n^2 \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{gEJ}{\gamma A}}$$

gdzie:

n - numer częstotliwości.

L - długość belki = 10m.

g - przyspieszenie ziemskie = 9,81 m/s².

E - moduł Younga = 29961 MPa.

γ - ciężar właściwy = 25 kN/m³.

J - moment bezwładności przekroju = $bt^3/12 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$ ($b \times t = 0,3 \times 0,4 \text{ m}$).

A - pole przekroju poprzecznego = 0,12 m².

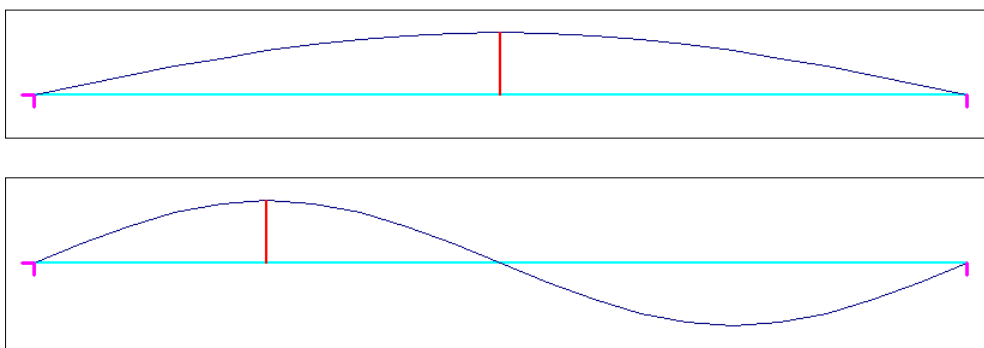
Podstawiając wartości otrzymano następujące częstotliwości drgań własnych:

$$\omega_1 = 39,08; \omega_2 = 156,3; \omega_3 = 351,7; \omega_4 = 625,2; \omega_5 = 976,9 \text{ [1/s];}$$

Porównując je z wartościami otrzymanymi w zadaniu można stwierdzić, że różnice są mniejsze od 2%. Analizując wartości z tablicy należy pamiętać, że czwarta częstotliwość obliczona numerycznie ma charakter drgań podłużnych.

Częstotliwości drgań własnych				
Nr	w[1/s]	f[Hz]	T[sek]	Błąd[%]
1	39,08	6,22	0,1608	0,0
2	156,3	24,88	0,0402	0,0
3	351,4	55,93	0,01788	0,0
4	538	85,63	0,01168	0,0006
5	623,7	99,26	0,01007	0,0
6	969,8	154,3	0,006479	0,0

Poniżej pokazano dwie pierwsze postacie drgań własnych



52.6. Dynamika wspornika

W zadaniu DynamikaWspornika obliczono częstotliwości i postacie drgań własnych belki utwierdzonej. Wartości obliczone numerycznie porównano z wartościami teoretycznymi obliczonymi ze wzoru:

$$\omega_n = \left(\frac{\alpha_n}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{gEJ}{\gamma A}}$$

gdzie:

n- numer częstotliwości.

$\alpha_1 = 1,875$, $\alpha_2 = 4,694$, $\alpha_3 = 7,849$, $\alpha_n = (n-0,5)\pi$

L - 10 m.

g – przyspieszenie ziemskie = 9,81 m/s².

E – moduł Younga = 29961 MPa.

γ - ciężar właściwy = 25 kN/m³.

J – moment bezwładności przekroju = $bt^3/12 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$ (bxt = 0,3x0,4m).

A – pole przekroju poprzecznego = 0,12 m².

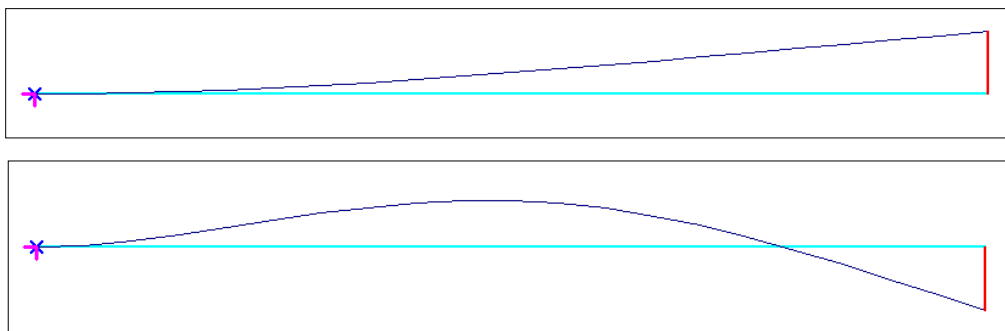
Podstawiając wartości otrzymano następujące częstotliwości drgań własnych:

$\omega_1 = 13,91$; $\omega_2 = 85,53$; $\omega_3 = 239,1$; $\omega_4 = 469,3$; $\omega_5 = 775,8$ [1/s];

Porównując je z wartościami otrzymanymi w zadaniu można stwierdzić, że różnice są mniejsze od 2%. Analizując wartości z tablicy należy pamiętać, że piąta częstota obliczona numerycznie ma charakter drgań podłużnych.

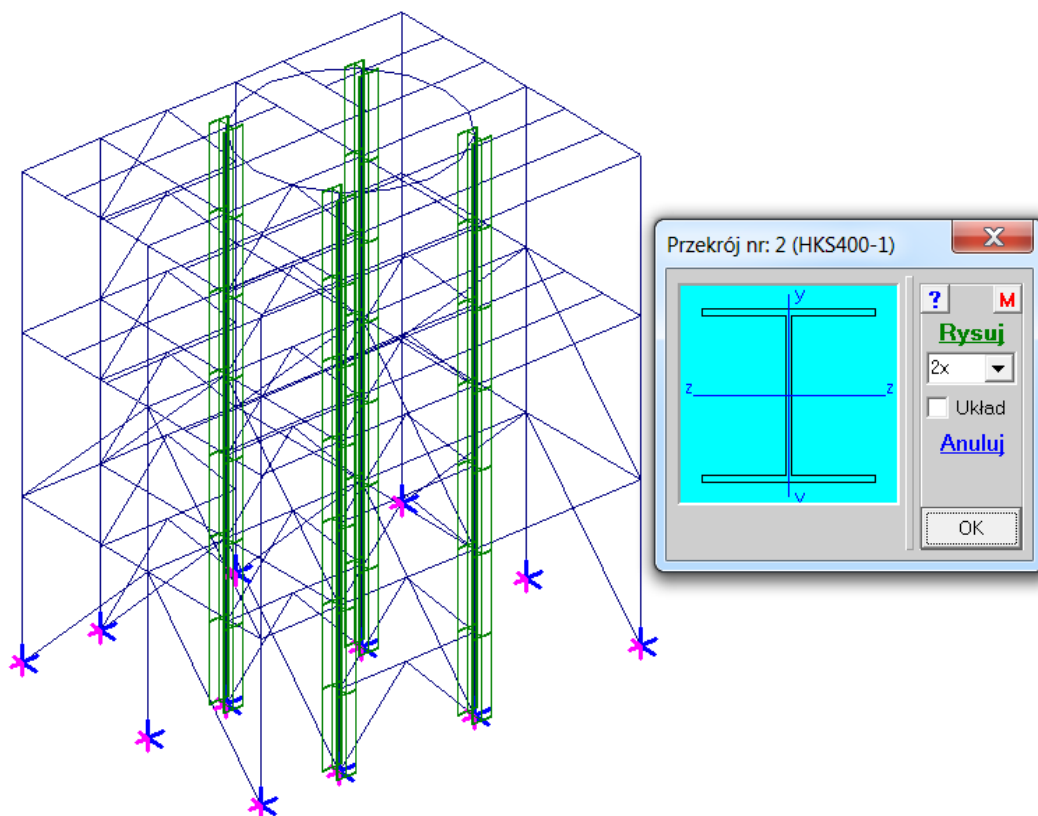
Częstotliwości drgań własnych				
Nr	w[1/s]	f[Hz]	T[sek]	Błąd[%]
1	13,86	2,206	0,4533	0,0
2	85,88	13,67	0,07316	0,0
3	238	37,88	0,0264	0,0
4	461,6	73,47	0,01361	0,0
5	538	85,63	0,01168	0,0003
6	754,6	120,1	0,008327	0,0

Poniżej pokazano dwie pierwsze postacie drgań własnych



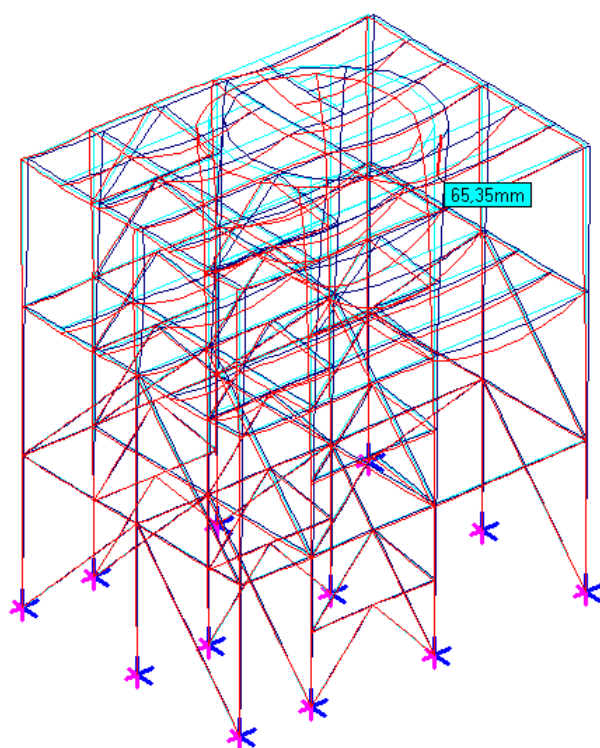
52.7. Stalowy układ wsporczy

Zadanie Gips jest przykładem stalowego układu wsporczego. Jest ono o tyle ciekawe, że są w nim przekroje wszystkich czterech klas. Do modelu przyjęto dziewięć przekrojów. Na rysunku poniżej pokazano lokalizację przekroju nr 2 (HKS400-1)

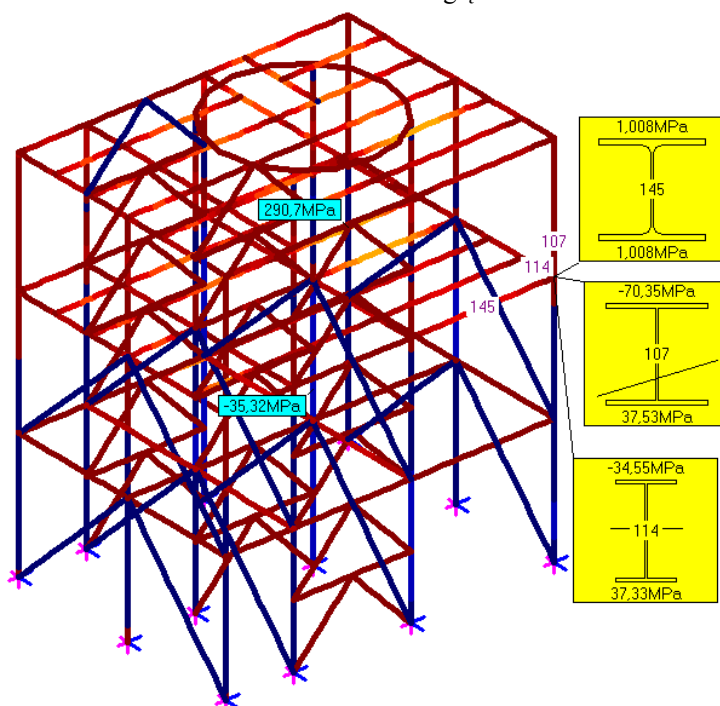


Przyjęto 10 schematów obciążeń. Poniżej zestawiono je w tabeli sum obciążeń.

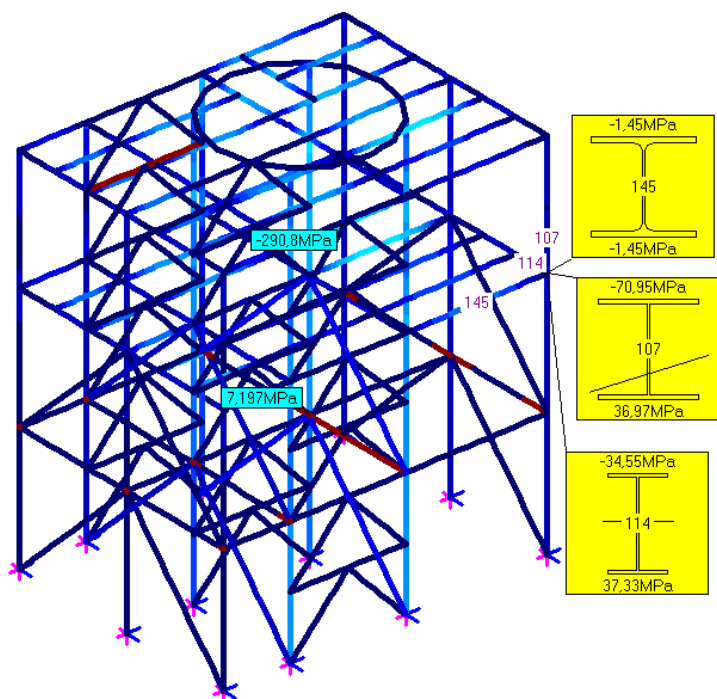
Sumy sił w schematach							
Nr	X[kN]	Y[kN]	Z[kN]	Xx[kNm]	Yy[kNm]	Zz[kNm]	Opis
1	0	0	-674,1	0	0	0	Ciężar
2	0	0	-1216	0	0	0	Stropy stałe
3	0	0	-1264	0	0	0	Technologia stałe
4	0	0	-5704	0	0	0	Technologia zmienne
5	0	0	-1216	0	0	0	Zmienne-1
6	0	0	-1242	0	0	0	Zmienne-2
7	188	0	0	0	0	0	Wiatr X =>
8	-188	0	0	0	0	0	Wiatr X <=
9	0	152,8	0	0	0	0	Wiatr Y =>
10	0	-152,8	0	0	0	0	Wiatr Y <=



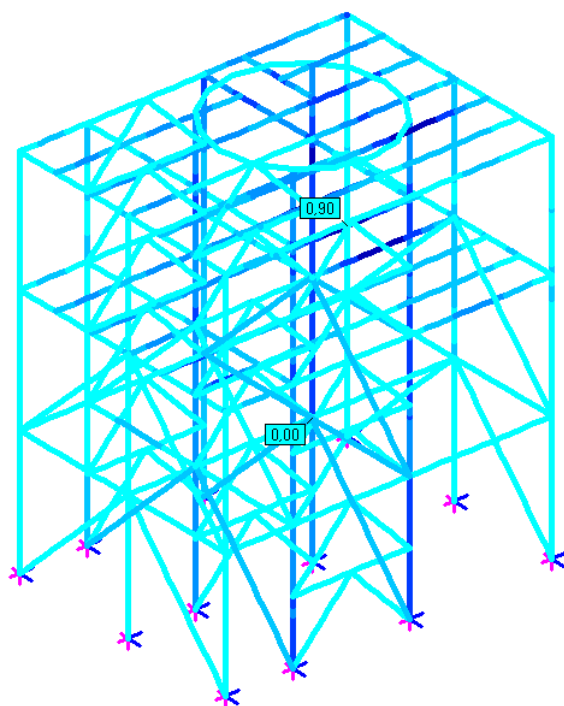
Obraz obwiedni ugięć.



Rozkład maksymalnych naprężeń (z obwiedni).



Rozkład minimalnych naprężeń (z obwiedni).



Stopień wyczerpania nośności przekroju.

52.8. II-gi rzad

W zadaniu IIrzad zademonstrowano możliwości rozwiązania wg teorii II-go rzędu. Zadanie zostało tak przygotowane, aby obciążenie ściskające słup było bliskie siły krytycznej. Jednocześnie tak ustawiono przekrój, aby wyboczenie następowało w płaszczyźnie ramy a nie z płaszczyzny.

Siła krytyczna jest określona wzorem Eulera:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EJ}{(\alpha L)^2}$$

gdzie:

E – moduł Younga = 205 10⁶ kPa,

J – moment bezwładności (dla I200 = 117cm⁴)

L- długość = 10 m,

α - współczynnik długości wyboczeniowej.

Przyjmując $\alpha = 2$, czyli słup utwardzony o swobodnym drugim końcu otrzymano siłę krytyczną

$$P_{kr} = 5,92 \text{ kN.}$$

Przyjmując z kolei $\alpha = 0,6667$, czyli słup utwardzony z podpartym przegubowo drugim końcem otrzymano siłę krytyczną

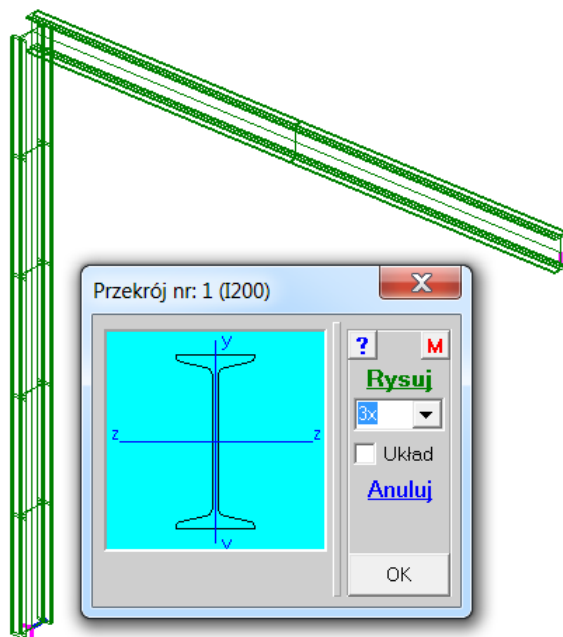
$$P_{kr} = 47,3 \text{ kN.}$$

Z modelu numerycznego oszacowano, że siła krytyczna w słupie jest na poziomie 22 kN. Program nie wyznacza siły krytycznej tylko rozwiązuje wg teorii II-go rzędu. Jeśli obciążenie przekroczy poziom obciążenia krytycznego to nie otrzyma się rozwiązania. Na taki poziom siły krytycznej ma wpływ sprężyste utwardzenie górnego końca słupa.

Aby poprawnie uwzględnić oddziaływanie sił osiowych na momenty zginające każdy element ściskany musi być podzielony znacznie gęściej niż by to było potrzebne w rozwiązaniu liniowym. Z tego względu słup został podzielony na pięć elementów.

Przyjęto dwa schematy obciążenia: w pierwszym zadano ciężar własny i siłę osiową obciążającą słup, a w drugim zadano siły liniowe na poziomej belce i siłę osiową na słupie.

W zadaniu IIrzad jest rozwiązanie liniowe, a w zadaniu IIrzadN jest rozwiązanie nieliniowe. W poniższych tabelach zestawiono przemieszczenia poziome i pionowe dla obu rozwiązań oraz momenty gnące w poziomej belce i w miejscu utwardzenia słupa.



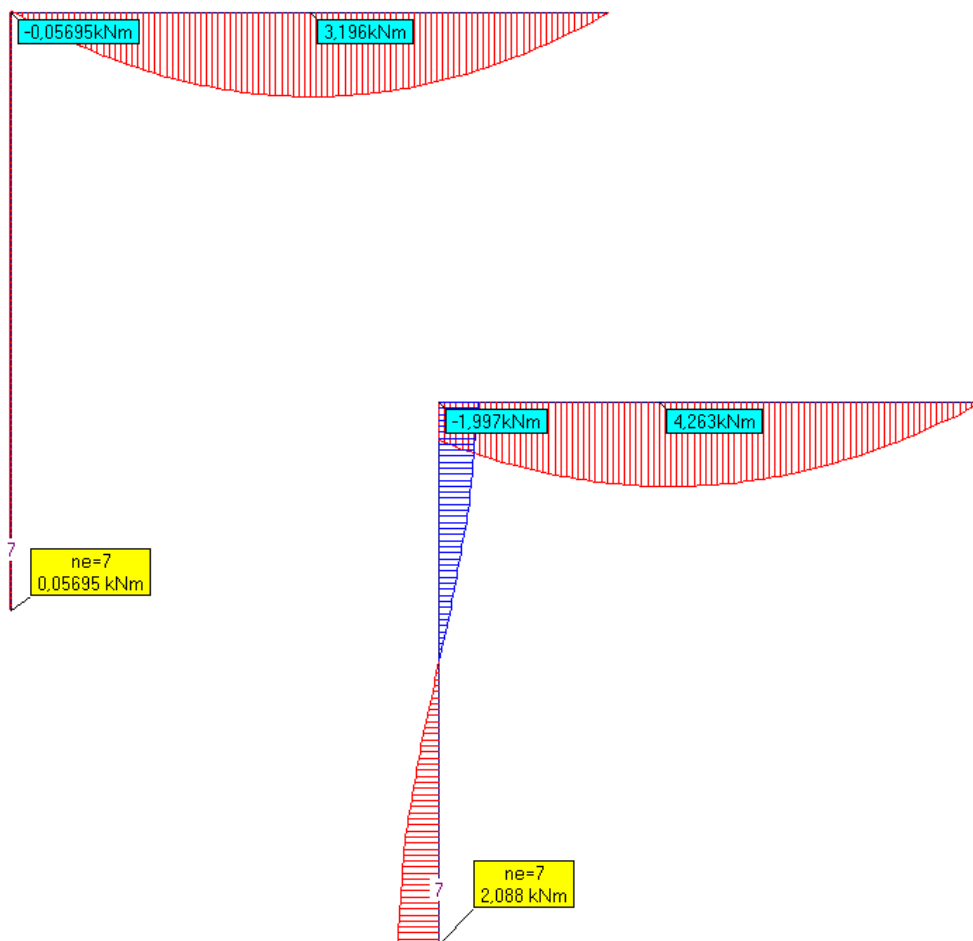
Schemat 1 Rozwiązanie	uX [mm]	uZ[mm]	Mg [kNm] w przęśle	Mg[kNm] w utwardzeniu
Liniowe	11,87	7,736	3,196	0,05697
Nieliniowe	184,1	10,59	4.263	2,088

Schemat 2 Rozwiązanie	uX [mm]	uZ[mm]	Mg [kNm] w przęśle	Mg[kNm] w utwardzeniu
Liniowe	46,5	29,5	12,39	0,2231
Nieliniowe	228,2	32,78	13,54	2.264

Przykładowe zadania

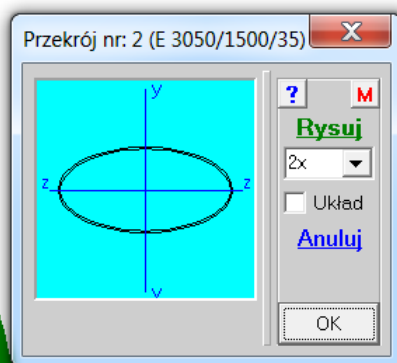
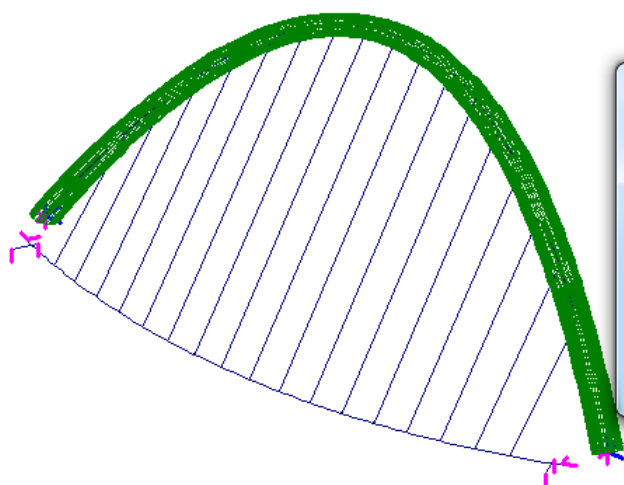
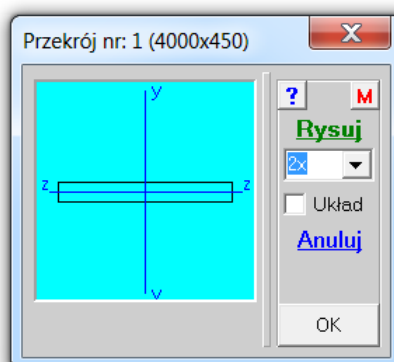
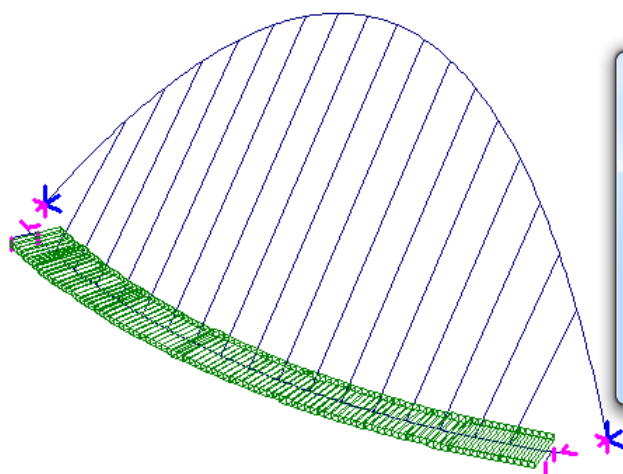
Analizując wartości można zauważyć, że przemieszczenia poziome wzrosły ponad 15 razy (pierwszy schemat), a moment utwierdzenia wzrósł ponad 37 razy.

Poniżej pokazano rozkłady momentów gnących dla pierwszego schematu przy rozwiązaniu liniowym i nieliniowym.



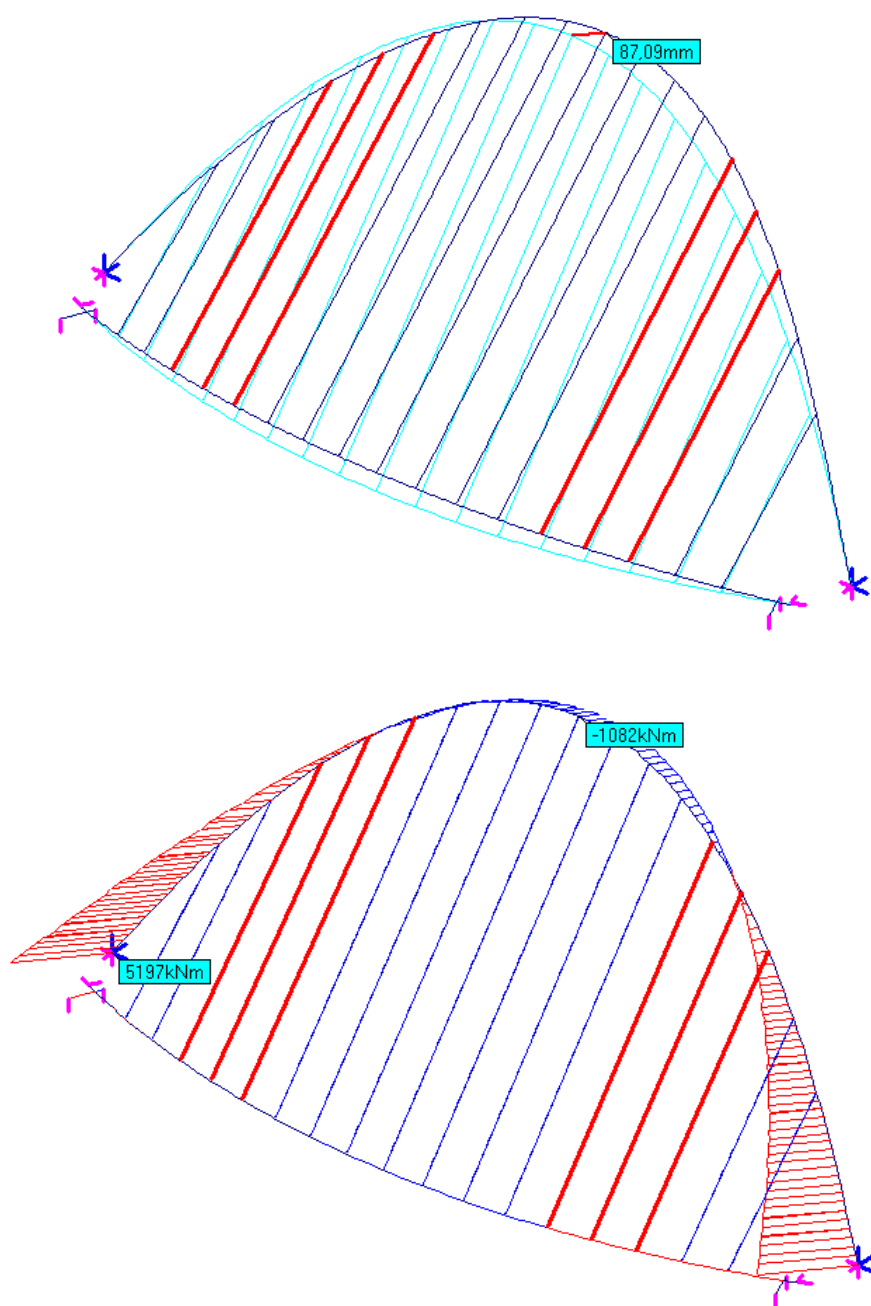
52.9. Ustrój stalowo-żelbetowy

Zadanie Kładka pokazuje jak zamodelowano kładkę dla pieszych o rozpiętości 100 m. Kładka jest żelbetowym poziomym łukiem podwieszonym na stalowychciągach do łukowego stalowego dźwigara o eliptycznym przekroju. Dźwigar ma wysokość 40 m.

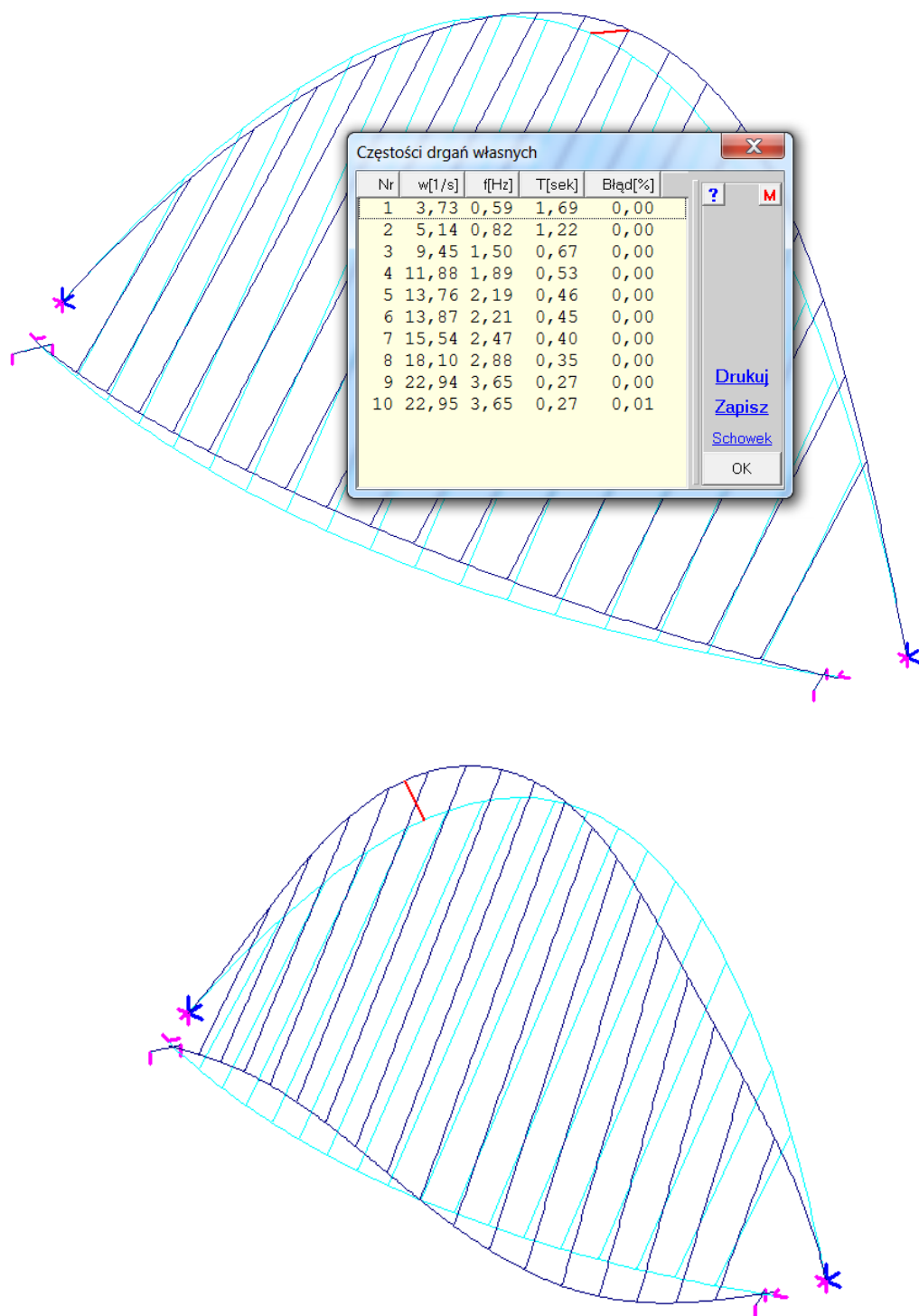


Przykładowe zadania

W cięgnach zadano warunek wyłączenia przy ściskaniu i przeprowadzono nieliniowe rozwiązanie (KładkaN). Poniżej pokazano lokalizację wyłączonych cięgien przy obciążeniu wiatrem. Na następnym rysunku jest rozkład momentów obciążających dźwigar.

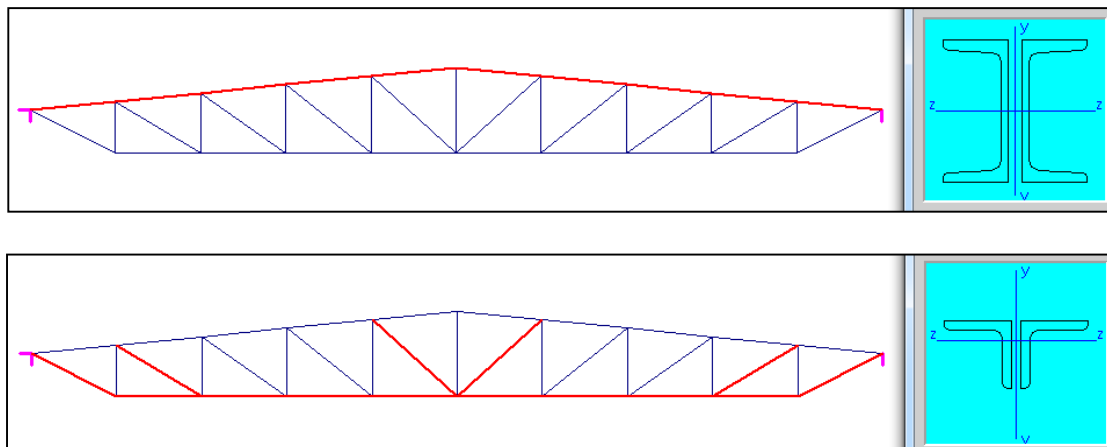


Dla tego obiektu przeprowadzono też obliczenia dynamiczne wyznaczając częstotliwości i postacie drgań własnych. Poniżej pokazano pierwszą i drugą postać drgań własnych.

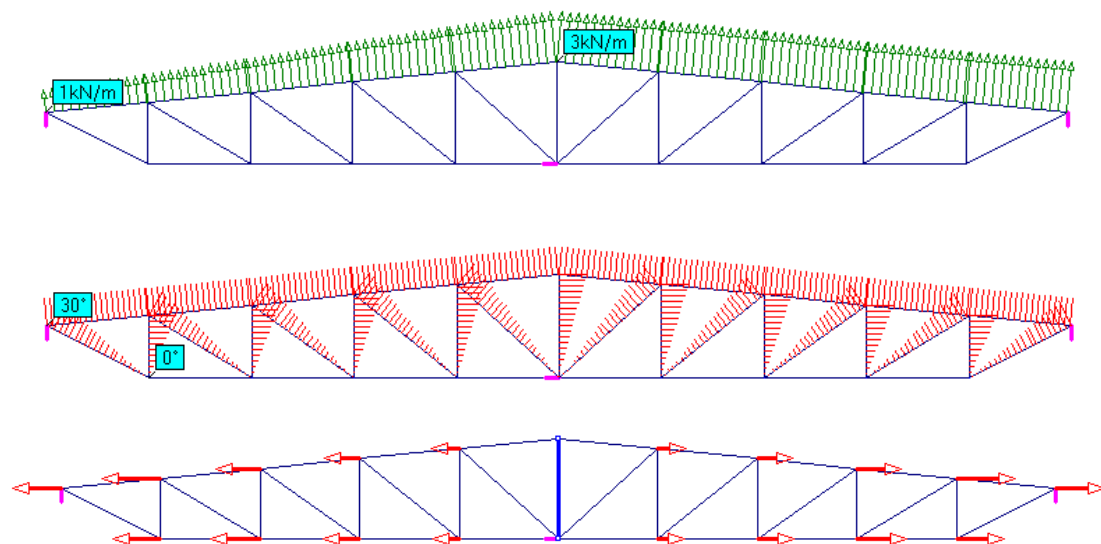


52.10. Dźwigar kratowy

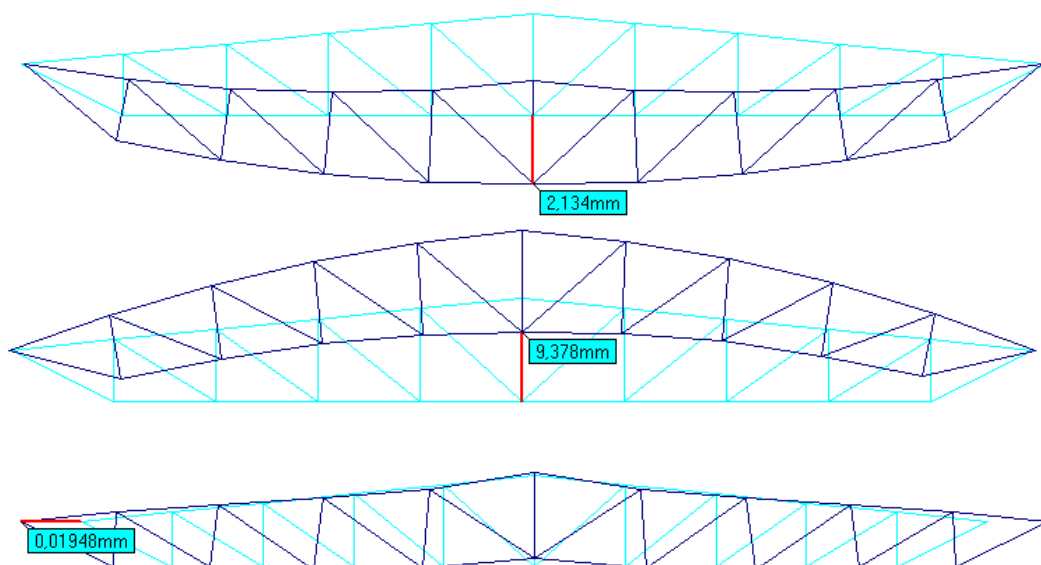
Zadanie Krata2D pokazuje jak zamodelować płaską kratownicę. Jest to dźwigar dachowy, w którym zastosowano przekroje wielogąłęziowe. Poniżej pokazano przekrój górnego i dolnego pasa. Ten sam przekrój przyjęto dla wybranych zastrzałów.



W tym zadaniu wprowadzono różnorodne obciążenia, głównie w celu ilustracji możliwości programu. W pierwszym schemacie zadano ciężar własny, w drugim siły skupione przyłożone do dolnego pasa, w trzecim siły liniowe typu ciężar, w czwartym siły liniowe typu śnieg, w piątym schemacie zadano obciążenie oblodzeniem, w szóstym obciążenie liniowe typu wiatr, w siódmym polem temperatur, w ósmym skurcz, w dziewiątym naciąg wstępny, w dziesiątym wstępne przemieszczenie prawej podpory, a w jedenastym obciążeniu siłami odśrodkowymi. Na rysunkach poniżej pokazano obciążenie wiatrem, rozkład temperatur przy nagrzaniu górnego pasa do 30°C , oraz siły odśrodkowe przy pionowej osi obrotu w osi symetrii dźwigara.



Po rozwiązaniu otrzymano ugięcia modelu. Dalej pokazano ugięcia wywołane ciężarem własnym, wiatrem i przy obciążeniu siłami odśrodkowymi.



Przechodząc do sił wewnętrznych lub naprężeń można stwierdzić, że dla obciążeń polem temperatury, skurczem, naciągiem wstępnym i wstępnym przemieszczeniem podpory są one zerowe. Po prostu układ podporowy jest tak przyjęty, że przy tych obciążeniach pozwala na swobodne przemieszczanie się dźwigara.

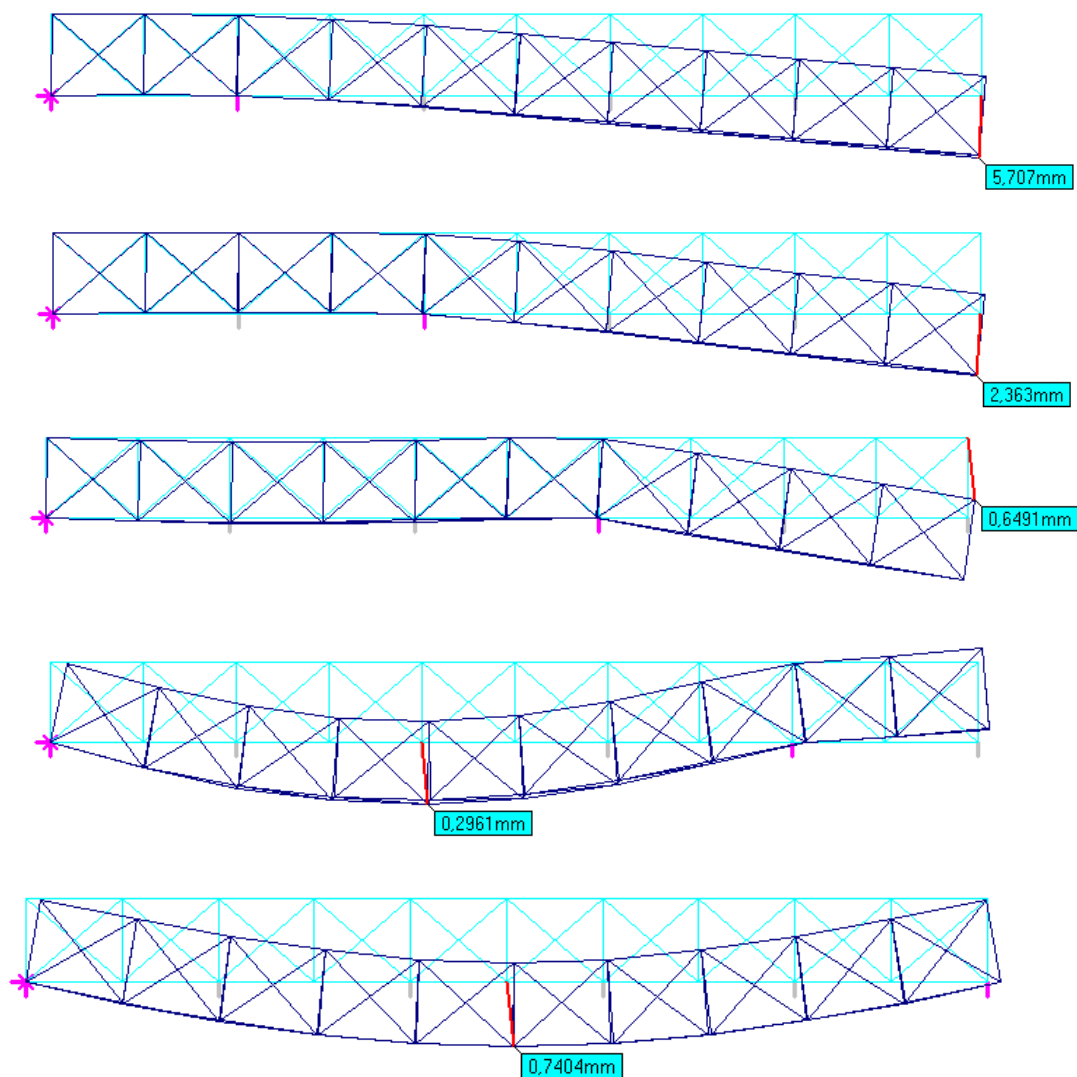
Mnożniki i atrybuty					
Nr	Opis	Obc(+)	Obc(-)	Udz.	Atrybut
1	Ciężar własny	1,1	1,1	1	Stały
2	Siły węzłowe	1,3	1,3	1	Zmienny
3	Siły liniowe -	1,3	1,3	1	Zmienny
4	Siły liniowe -	1,3	1,3	1	Zmienny
5	Siły liniowe -	1,3	1,3	1	Zmienny
6	Siły liniowe -	1,3	1,3	1	Zmienny
7	Pole temperatu	1	1	1	Wyłączony
8	Skurcze (5 ‰)	1	1	1	Wyłączony
9	Naciągi (5 mm)	1	1	1	Wyłączony
10	Przem.wstępne	1	1	1	Wyłączony
11	Siły ruchu obr	1	1	1	Wyłączony

Do wymiarowania ograniczono liczbę schematów do pierwszych sześciu. Obok podano listę atrybutów i mnożników obciążenia. Po wywołaniu przycisku [Wy-miar](#) i wprowadzeniu wstępnych danych dotyczących gatunku stali i sposobu uwzględniania obciążeń otrzymano od razu kolorowy rozkład stopnia wykorzystania *nośności elementu*. W kratownicy każdy pręt jest zakończony przegubem, dlatego ma jedynkowe współczynniki długości wybo-czeniowej i program może od razu policzyć ten parametr.



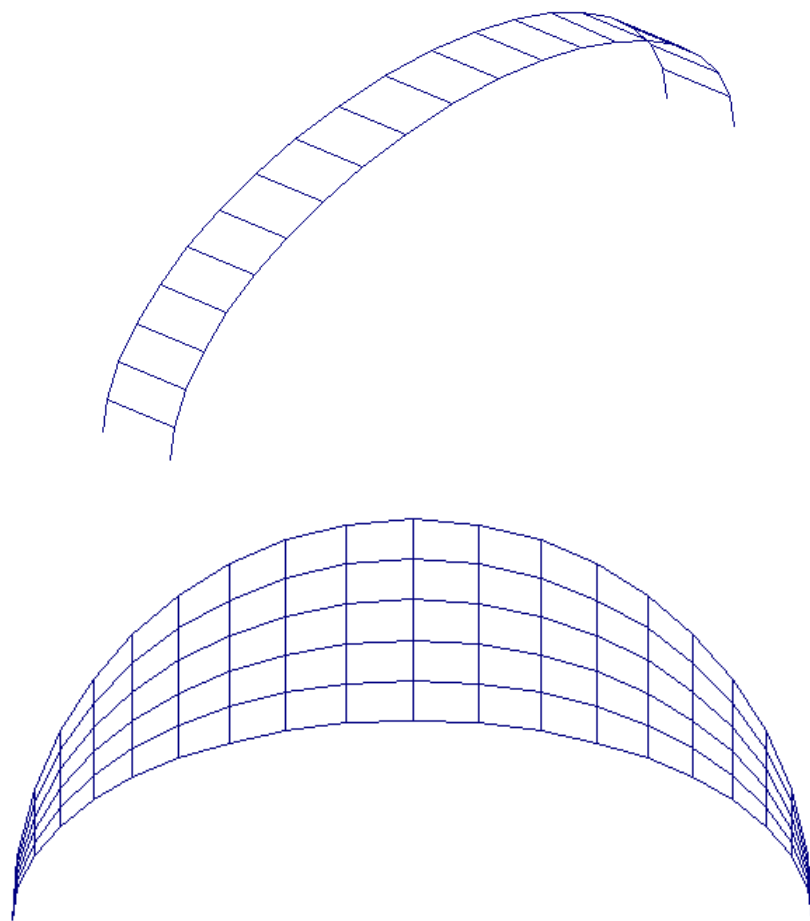
52.11. Zmienny układ podpór

W zadaniu Krata3D pokazano jak wprowadzić zmienny układ podporowy. Jako obciążenia przyjęto pięć razy ciężar własny, ale w każdym przypadku część podpór wyłączono. Na rysunkach pokazano ugięcia dla tych przypadków.



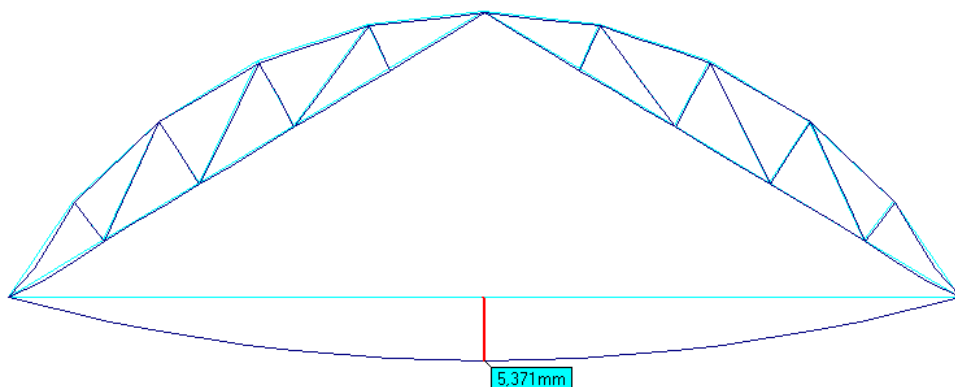
52.12. Łuki eliptyczne

W zadaniu ŁukiEliptyczne pokazano jak wykorzystać opcję **Powiel** z menu [Elementy](#) do utworzenia ciągu łuków ze skalowaniem. W pierwszym kroku z planszy startowej wprowadzono jeden element, po to by pokazał się przycisk [Elementy](#). Następnie opcją **Dodaj łuk..** zdefiniowano pierwszy łuk eliptyczny. Był to pierwszy łuk z lewej strony pokazanego rysunku. Element startowy usunięto. Następnie wybrano opcję **Powiel** i raz powtórzono zakładając przyrost współrzędnej 1 m. Teraz jako motyw wybrano drugi łuk. Na planszy powielenia zadano przyrost współrzędnej X równy 1m, kazano powielić 5x ze zmianą wymiarów Z o 20% w każdym kroku. Mnożnik wymiarów Z wpisano 1,2. Jako biegun skalowania przyjęto punkt w środku pierwszego łuku. Na zakończenie powielono jeszcze najwyższy łuk dwa razy też z przyrostem współrzędnej X o 1 m, ale tym razem bez skalowania. Ostatnim krokiem było wprowadzenie elementów łączących węzły na kolejnych łukach.

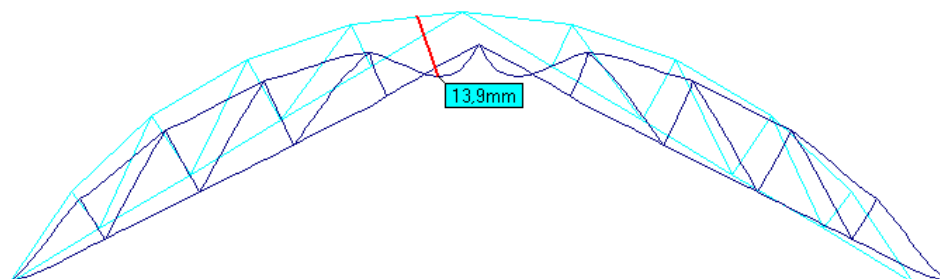
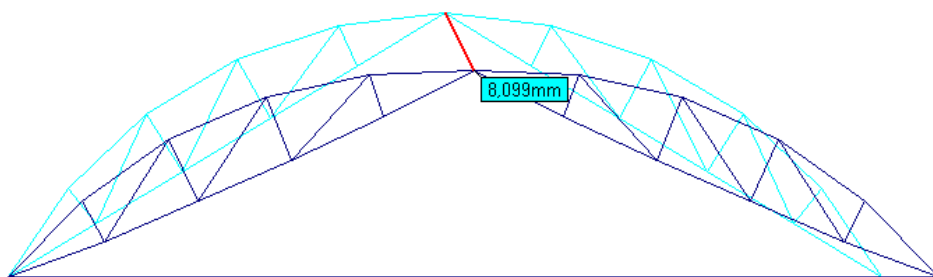


52.13. Łuk kratowy i łuk ramowy

W zadaniach LuKratowy i LukRamowy zamodelowano łuk przegubowy ze ściągiem. Wprowadzono dwa modele. W jednym była to płaska kratownica, a w drugim płaska rama. W modelu kratownicy wszystkie elementy są przegubowe i nie są zginane. W przypadku ramy płaskiej elementy są połączone węzłami sztywnymi i dlatego należało w najwyższym węźle wprowadzić przegub. Po drugie w ściągu należało zadać warunek ciągną. Bez tego warunku ten element byłby zginany siłami ciężkości, a przy jego znikomej sztywności giętnej otrzymałoby się nieprawdziwe ugięcia tego elementu. Na rysunku poniżej pokazano ugięcia łuku ramowego wywołane ciężarem własnym, w którym ściągi nie był traktowany jak ciągną.



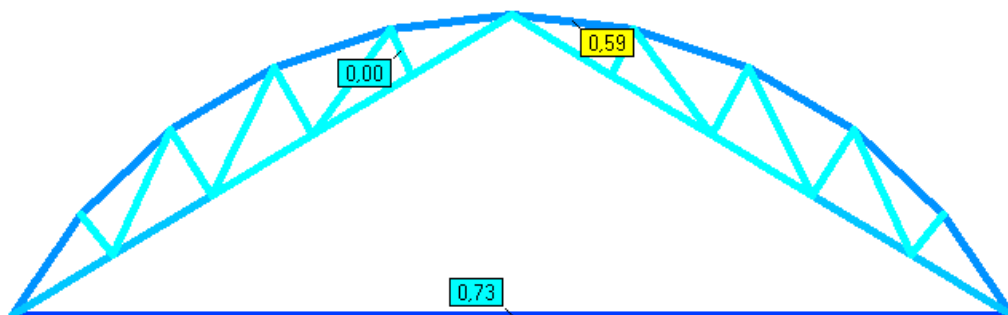
Łuki obciążono ciężarem własnym i siłami liniowymi o charakterze obciążenia śniegiem. Na kolejnych rysunkach pokazano ugięcia w modelu kratowym i ramowym wywołane obciążeniem liniowym.



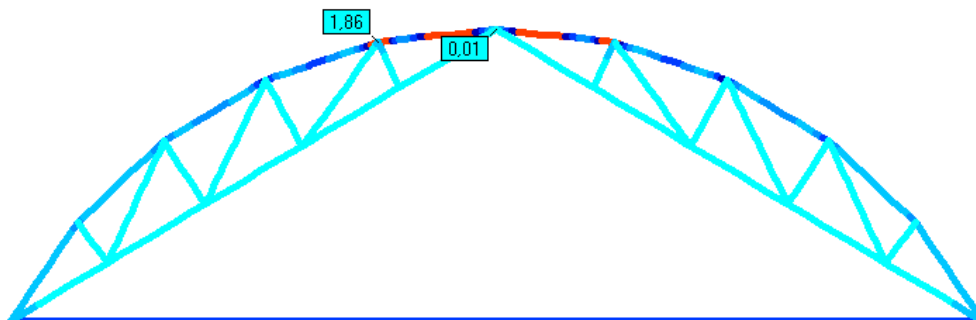
Na drugim rysunku widać jak efekt lokalnego zginanie elementów szczytowych zdominował obraz ugięć.

Zakładając, że obciążenie ciężarem własnym jest obciążeniem stałym, a obciążenie liniowe jest zmienne przeprowadzono wymiarowanie.

Dla modelu kratowego w szczytowych elementach stopień wyczerpania nośności elementu (z wyboczeniem) jest równy 0,59. W ściagu stopień ten jest równy 0,73.



W modelu ramowym stopień wykorzystania nośności przekroju w szczytowych elementach znacznie przekracza 1. Natomiast w ściagu wynosi on 0,72.



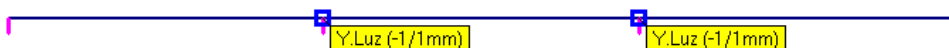
Po uwzględnieniu stateczności poziom wykorzystania nośności tego elementu dochodzi do 2,31. Ponadto nie spełniony jest warunek ugięcia.

Ten przykład ilustruje dobitnie jak zwodniczym może być model kratownicy. Należy też pamiętać, że w programie Rama3D model ramy przygotowuje się tak samo jak model kratownicy, więc tylko zły nawyk każe użytkownikowi sięgać po rozwiązania kratowe.



52.14. Luzy w podporach

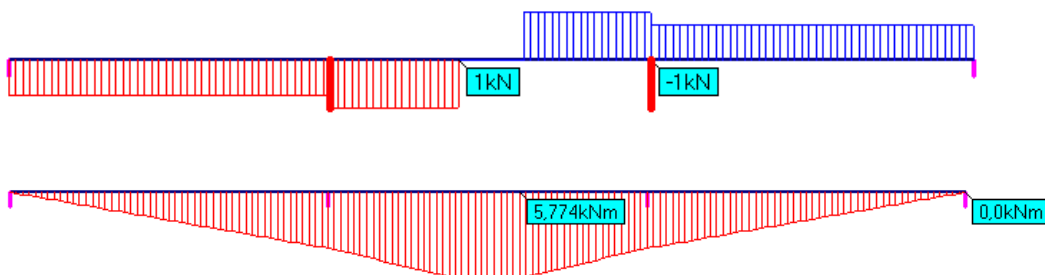
W zadaniu LuzyWPodporach zademonstrowano możliwości modelowania podpór z luzami. W prostej trzyprzęsłowej belce w środkowych podporach zadano warunek luzu 1 mm w górę i 1 mm w dół. Na rysunku z danymi te podpory są wyróżnione kwadratem. Przyjęto dwa schematy obciążenia. W pierwszym zadano dwie siły skupione, a w drugim moment skupiony.



Po iteracyjnym rozwiązaniu otrzymano obraz ugięć pokazany na poniższym rysunku. Grubym odcinkiem zaznaczono te podpory nieliniowe, które weszły w kontakt z belką. W węzłach odczytano przemieszczenia 1 mm, czyli jest ono równe luzowi.



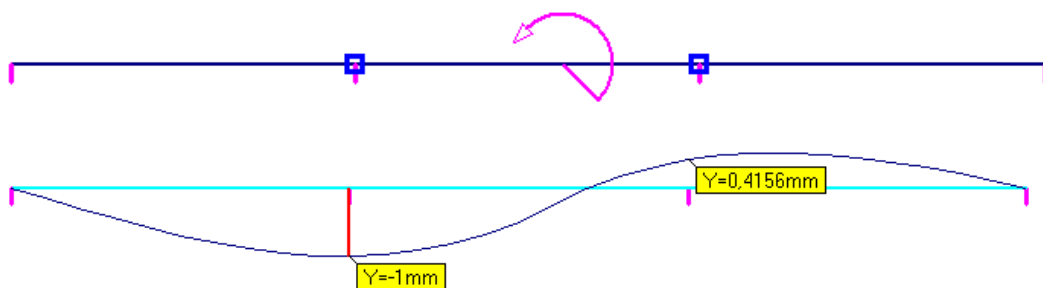
Poniżej pokazano rozkład sił poprzecznych i momentów gnących. Na przebiegu sił poprzecznych widać wyraźnie, że w podporach pokazały się reakcje.



Wartości reakcji w podporach nieliniowych pokazano na kolejnym rysunku.

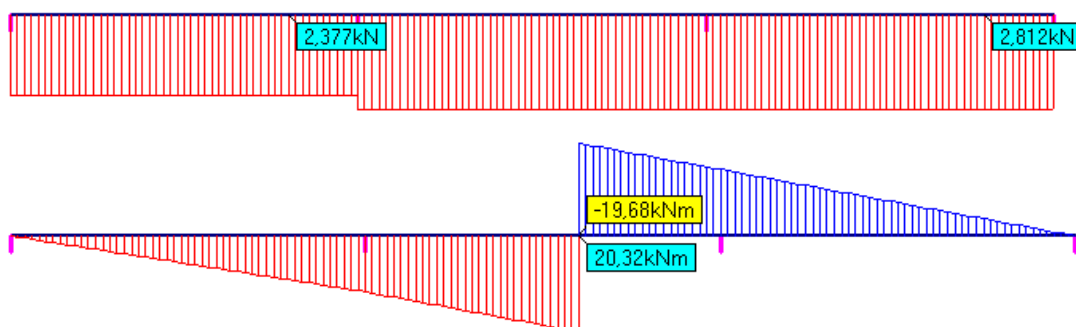


W drugim schemacie zadano obciążenie momentem skupionym przyłożonym do węzła leżącego w pobliżu środka, ale nie środkowego.

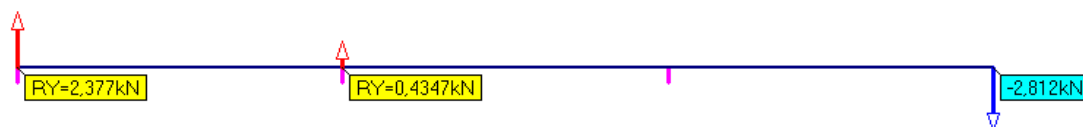


Postać ugięcia belki dla tego obciążenia pokazano poniżej. Gruba kreska symbolizująca czynną podporę jest tylko po lewej stronie. Odczyt ugięć pokazuje, że luz w prawej podporze nie został wyczerpany, zatem ta podpora nie jest czynna.

Poniżej pokazano przebiegi sił wewnętrznych. Na rozkładzie sił poprzecznych widać, że w lewej podporze pojawiła się reakcja.



Wartość tej reakcji pokazano na kolejnym rysunku.



52.15. Maszt (ustrój ciągowy)

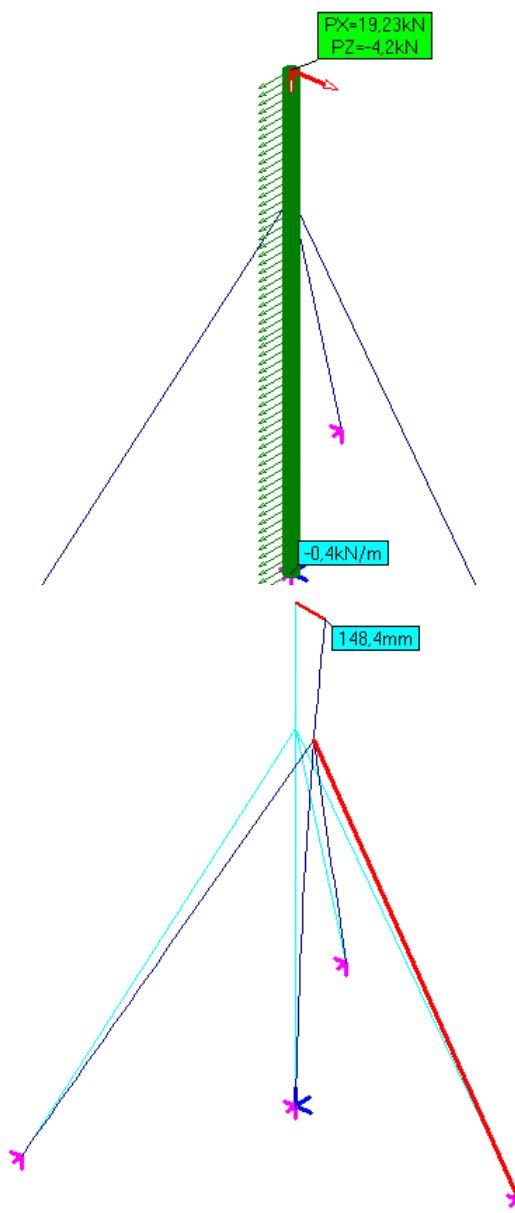
W zadaniu Maszt pokazano maszt elekrowni wiatrowej z ociągami. W zadaniu tym wprowadzono warunek cięgien jednostronnych w ociągach. Stopę masztu umieszczono w fundamencie. Program sam obliczył sztywności takiego umocowania na podstawie wymiarów fundamentu i sztywności podłoża Winklera.

Zadano cztery warianty obciążenia: ciężar własny, wiatr z dwóch kierunków i oblodzenie. W pierwszym kroku przeprowadzono rozwiązanie liniowe. Następnie utworzono cztery warianty dodatkowe przyjmując w każdym ciężar własny, dalej wiatr z jednej strony i raz obciążenie oblodzeniem, a raz bez tego oblodzenia. Obciążenia składowe przyjmowano jako Obliczeniowe, z mnożnikiem obciążenia. Dla tych wariantów dodatkowych wykonano obliczenia nieliniowe wykorzystując w tym celu ścieżkę takich obliczeń z modułu Wyniki (przycisk [Nieliniowe](#)).

Na rysunku obok pokazano przemieszczenia końca masztu po rozwiązaniu nieliniowym. Pokazano też lokalizację wyłączonego ociągu. Przy rozwiązaniu liniowym przemieszczenia tego końca wynosi 50,5mm, czyli uwzględnienie efektów nieliniowych zaowocowało prawie trzykrotnym wzrostem przemieszczeń.

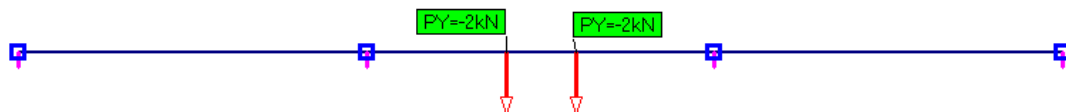
Analizując rozkład i wartości momentów w maszcie nie stwierdzono różnicy pomiędzy rozwiązaniem liniowym i nieliniowym. Maksymalny moment wynosi 75 kNm. Prawie trzykrotnie wzrosły za to maksymalne siły w ociągach z wartości 21,1 kN w rozwiązaniu liniowym do 63kN w rozwiązaniu nieliniowym.

Podobne różnice są w pozostałych przypadkach obciążenia.

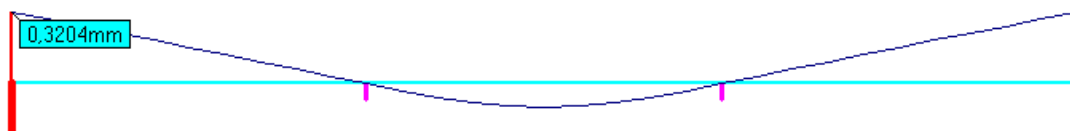


52.16. Podpory jednostronne

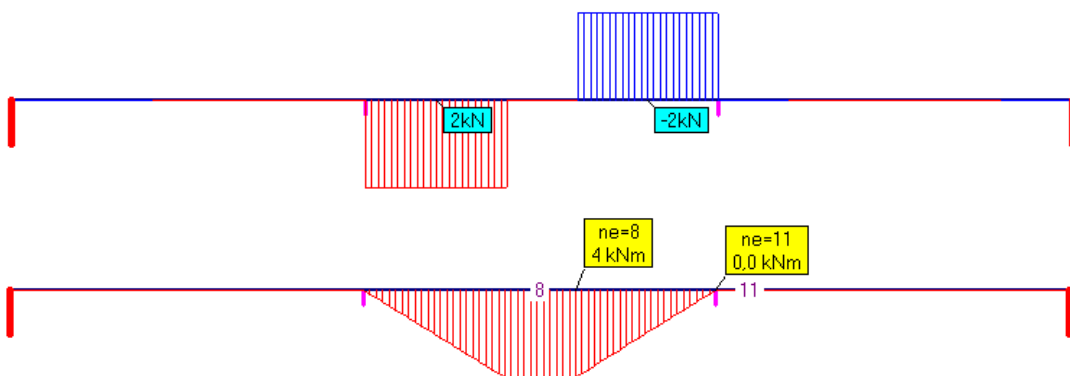
Kolejne zadanie ilustrujące możliwości modelowania nieliniowych podpór. Jest to trzypiętrowa belka podparta na podporach o jednostronnym działaniu. W pierwszym wariancie zadano obciążenie siłami skupionymi przyłożonymi symetrycznie w środkowym przęśle.



Ugięcia dla tych obciążeń pokazano poniżej. Grubą kreską zaznaczono nieczynne podpory.



Rozkład sił poprzecznych i momentów gnących pokazano na kolejnych rysunkach.

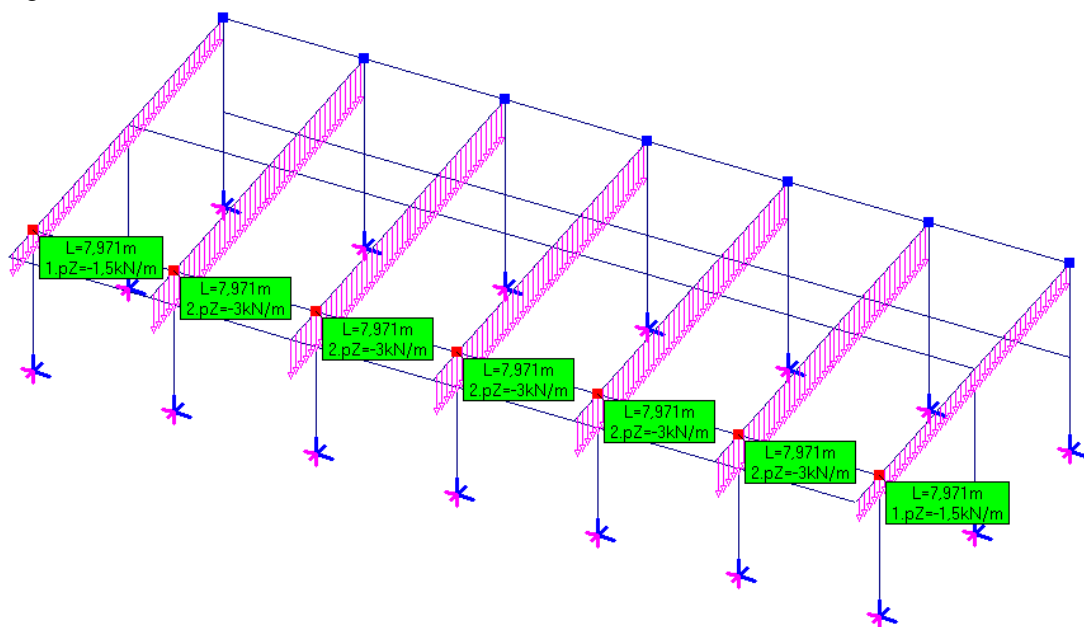


Wartości reakcji pokazano na poniższym rysunku.

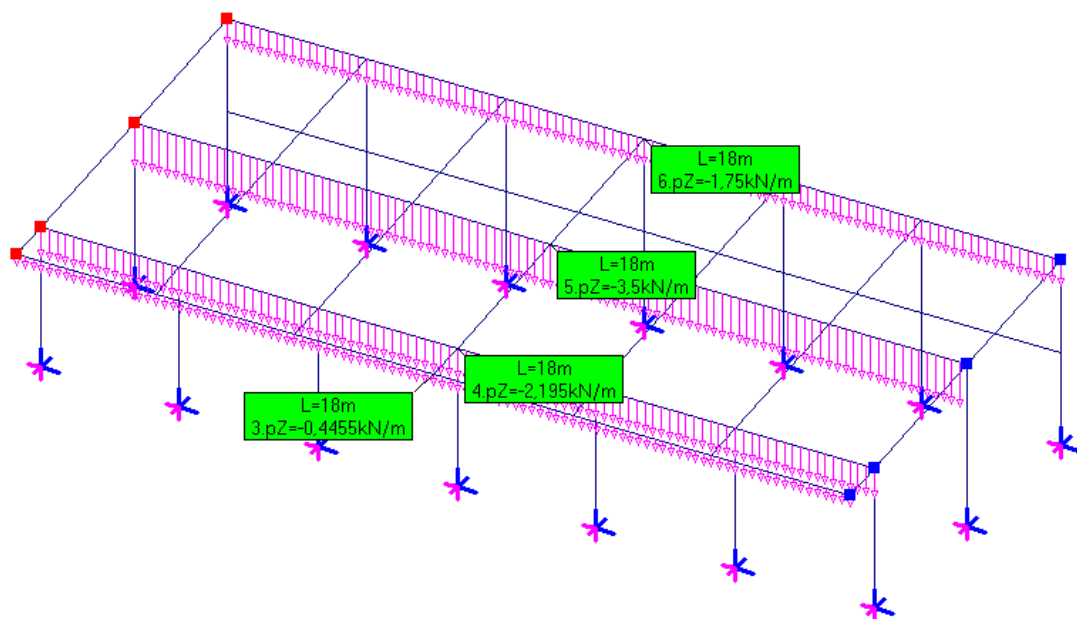


52.17. Rama3D

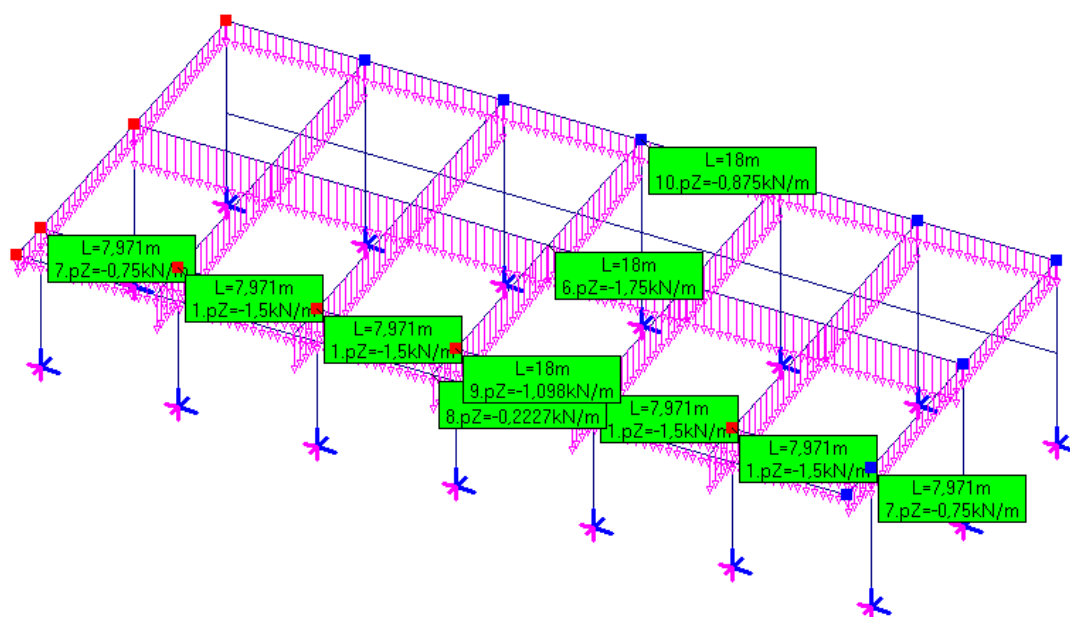
Jest to zadanie, w którym pokazano jak parcie może być zastąpione układem obciążeń liniowych o wartościach proporcjonalnych do odległości między belkami. Przyjęto, że na dach działa parcie śniegu o wartości -1 kPa . Obciążenie to będzie zastąpione siłami liniowymi typu śnieg o kierunku osi Z. Na pierwszym rysunku pokazano zastępcze obciążenie działające na belki prostopadłe do dłuższego boku obiektu.



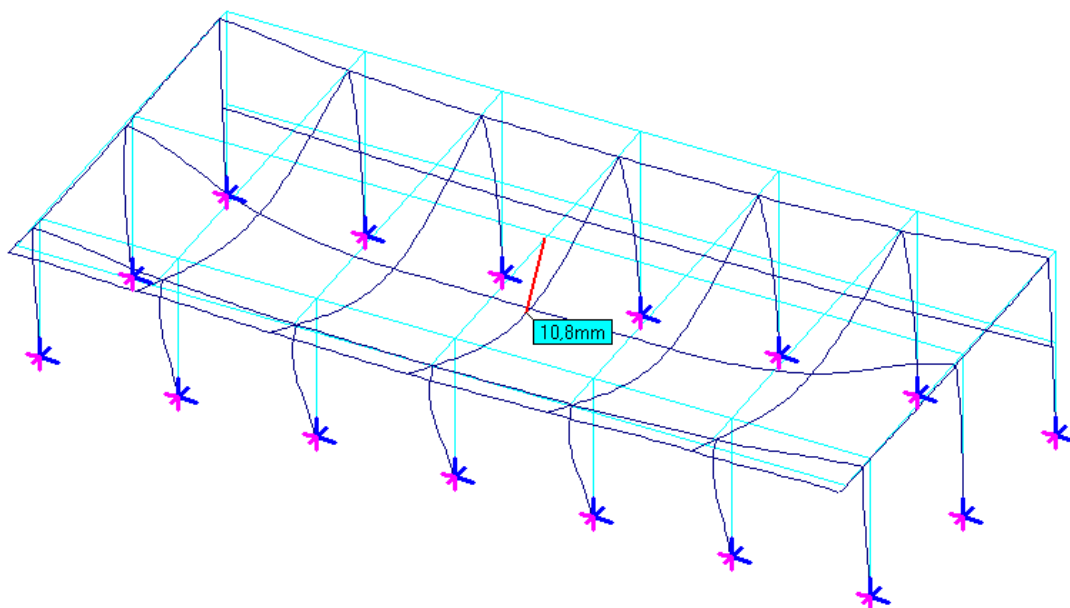
Po zadeklarowaniu, że ekwiwalentne obciążenie liniowe ma działać na belki równoległe do dłuższego boku otrzymano następujący rozkład.



Można też zadeklarować, że ekwiwalentne obciążenie liniowe ma działać na belki podłużne i prostopadłe.

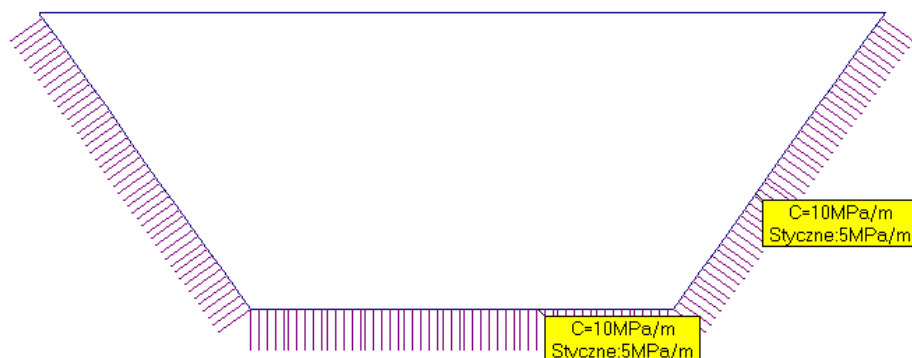


Ugięcia różnią się do 10% w zależności od sposobu rozłożenia.



52.18. Rama w gruncie

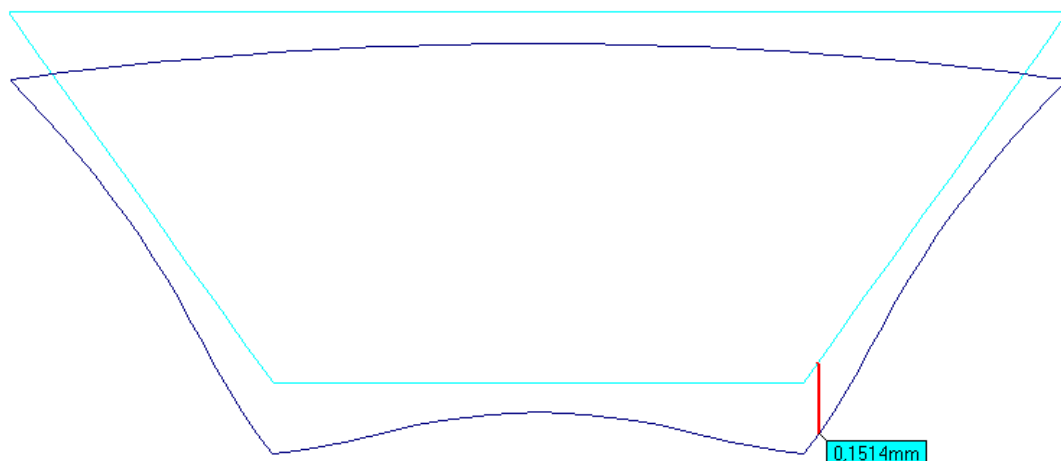
Jest to zadanie, w którym pokazano jak można w ramie płaskiej wprowadzić posadowienie na sprężystym podłożu. Przyjęto, że podłoże będzie miało składową prostopadłą do podpieranych elementów i składową styczną. Sztywności w obu kierunkach są różne.



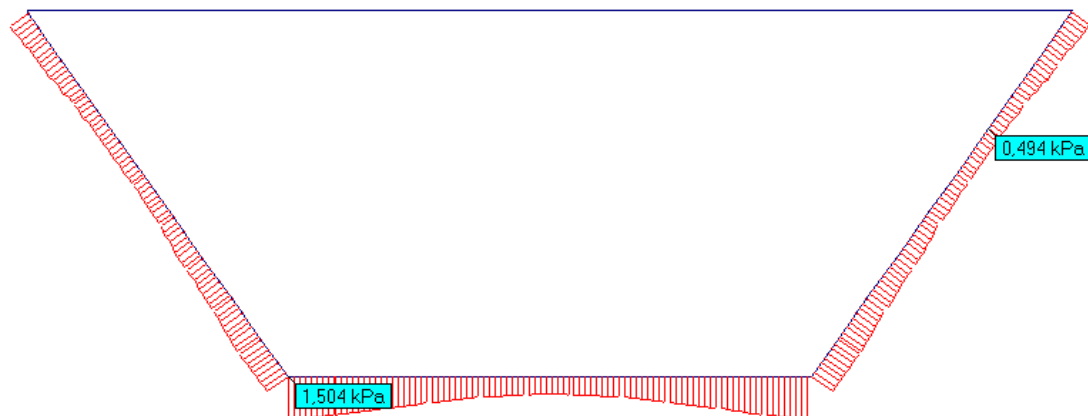
Należy zwrócić uwagę, że odcinki podparte podłożem są podzielone na krótkie elementy. Ten podział odbywa się automatycznie w czasie zadawania posadowienia.

Przyjęto pięć schematów: ciężar własny, siłę skupioną w środku dolnego odcinka, dwie siły skupione w dolnych narożnikach, obciążenie liniowe przyłożone do górnego odcinka i przyrost temperatury na górnym odcinku.

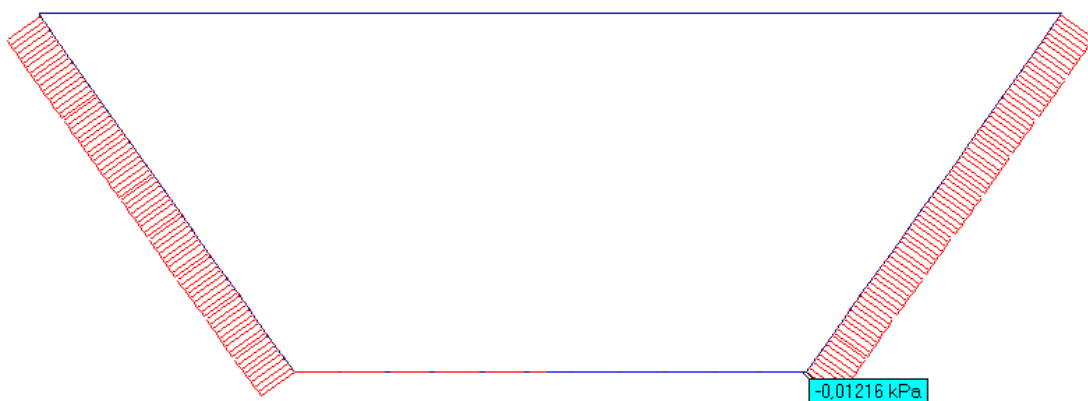
Poniżej pokazano przykładowe ugięcia tej ramy wywołane siłami skupionymi przyłożonymi w dolnych narożnikach.



Rozkład odporów podłoża dla tego obciążenia pokazano poniżej.

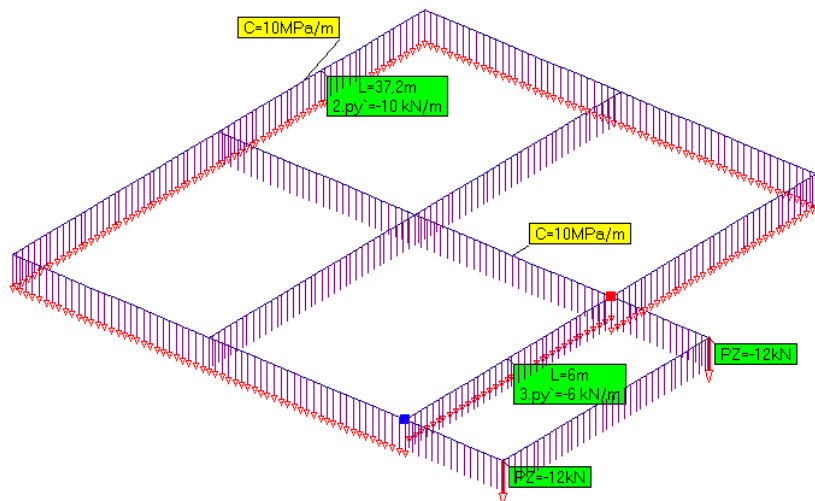


Styczne oddziaływanie podłoża na ramę pokazano na kolejnym rysunku.

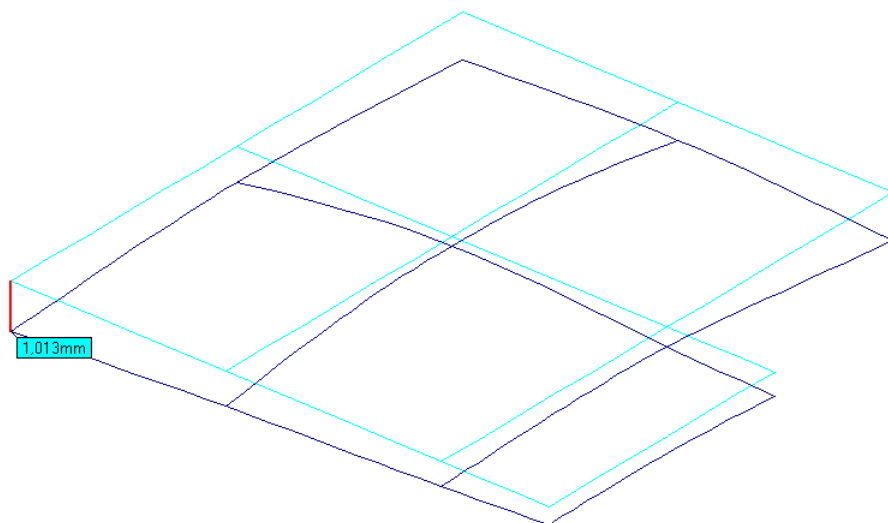


52.19. Ruszt na gruncie

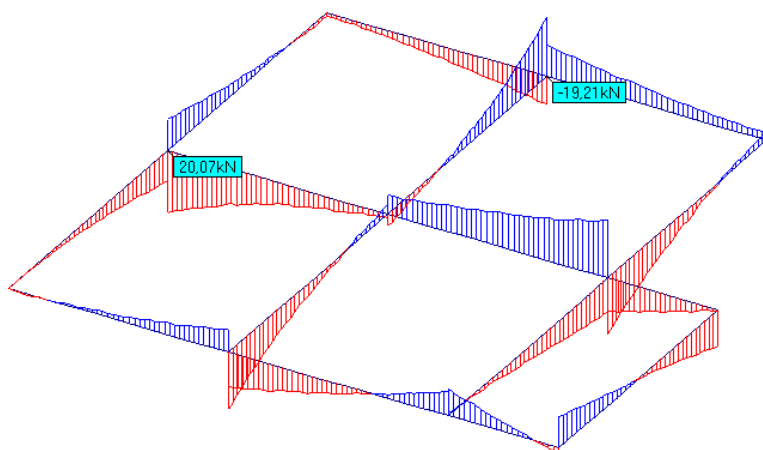
W zadaniu RusztNaGruncie pokazano posadowienie rusztu na podłożu Winklera. Początkowo model rusztu miał duże elementy od narożników do węzłów z rozgałęzieniem. Przyjęcie podłoża sprężystego wymusza podział na krótsze elementy. Maksymalną długość elementu podaje się na planszy z danymi o podłożu. Podział odbywa się automatycznie. W zadaniu przyjęto trzy schematy obciążenia: ciężar własny, i dwa przypadki obciążeń rozłożonych. Na rysunku poniżej pokazano drugi schemat obciążenia.



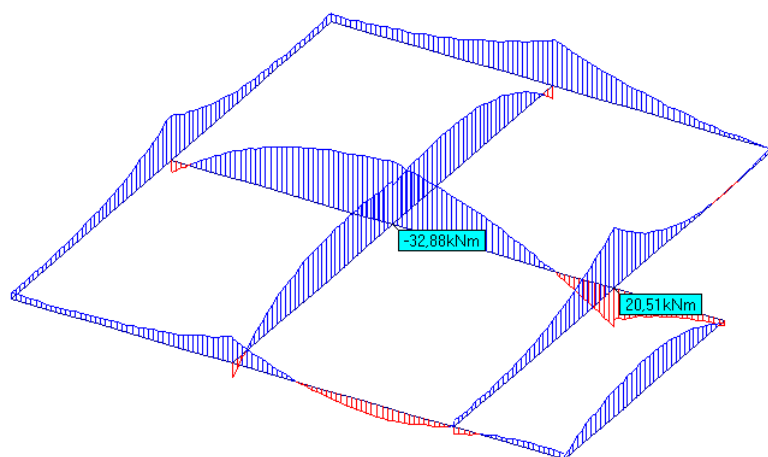
Po rozwiązaniu otrzymuje się ugięcia modelu, które w tym przypadku mogą mieć charakter osiadania. Należy zwrócić uwagę, że obciążenie samym ciężarem własnym powoduje przesunięcie całego modelu praktycznie bez odkształceń. Jest to związane z charakterem podłoża Winklera, które w realizacji komputerowej jest zastępowane układem sprężyn wzajemnie nie związanych. Efektu tego nie ma, jeśli obciążenie nie ma charakteru jednorodnego. Poniżej pokazano ugięcia dla drugiego schematu obciążenia.



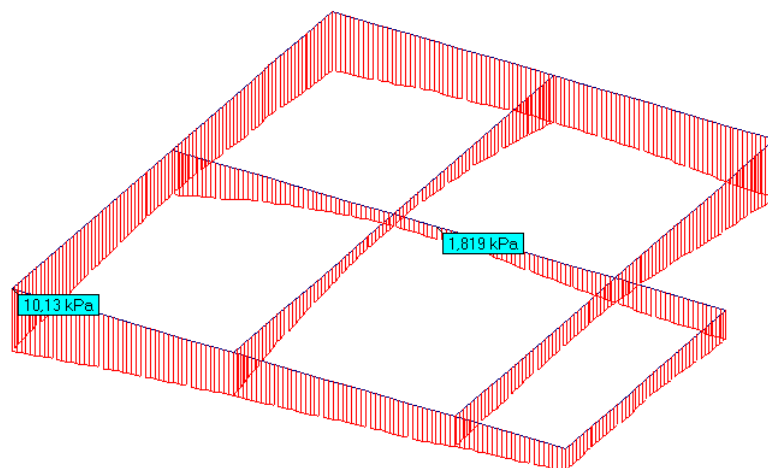
Rozkład sił poprzecznych
pokazano na kolejnym
rysunku.



To jest rozkład momentów
gnących.

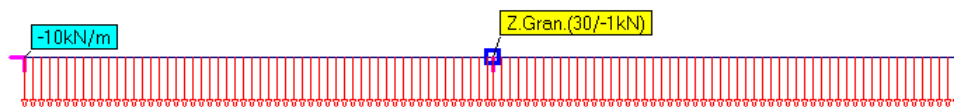


Rozkład odporów podłoża.

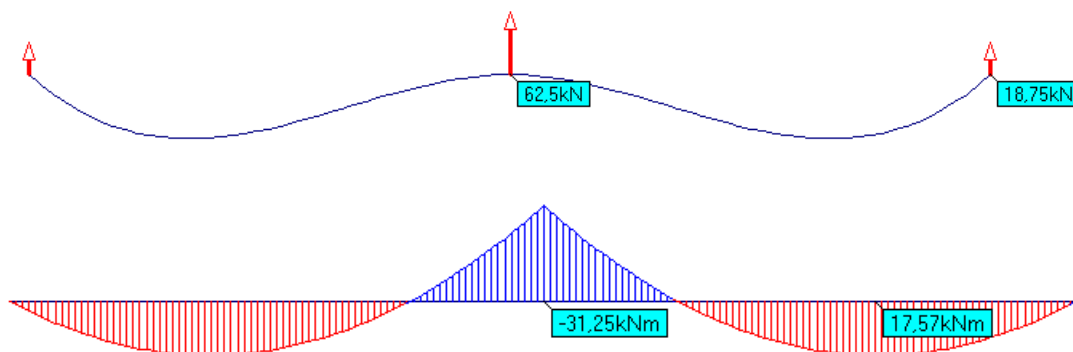


52.20. Słup o ograniczonej nośności

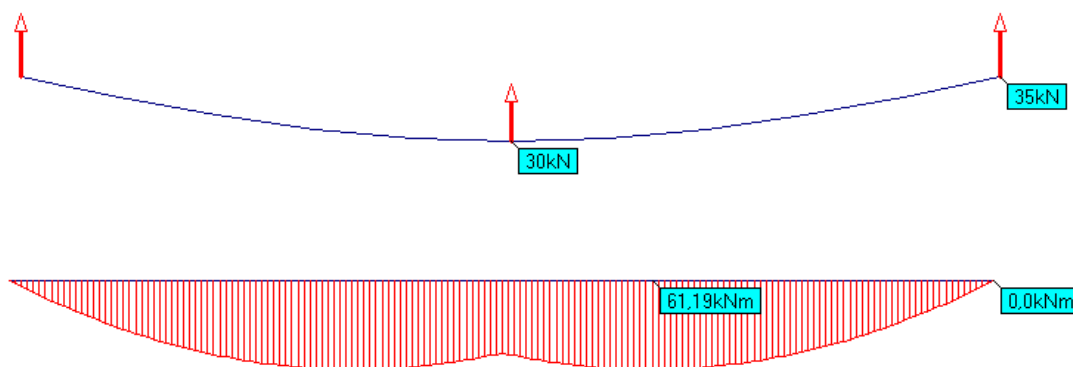
W zadaniach Słup_Liniowy i Słup_Nieliniowy wprowadzono w środkowej podporze warunek ograniczonej nośności. Przyjęto obciążenie liniowe o natężeniu -10 kN/m



Postać ugięć i reakcje oraz rozkład momentów gnących dla rozwiązania liniowego pokazano na kolejnych rysunkach.



Zmiany jakie zaszły po uwzględnieniu ograniczonej nośności pokazano na kolejnych rysunkach.



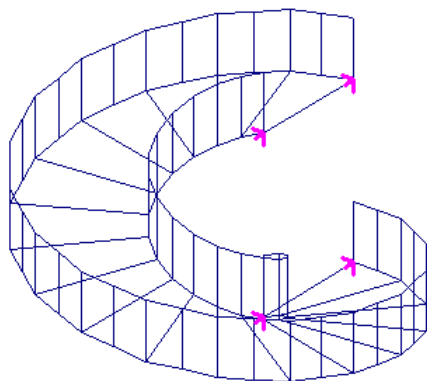
52.21. Spirala

W zadaniach Spirala pokazano kolejne kroki przy budowaniu modelu schodów spiralnych. Spirala wymaga podania trzech punktów, które określą płaszczyznę, w której leży oś spirali i z której zaczyna się spirala. Te trzy punkty mogą być węzłami elementów już wprowadzonych. W zadaniu Spirala1 wprowadzono dwa wstępne elementy; pionowy będzie osią spirali, poziomy promieniem startowym. Po wybraniu z menu [Elementy](#) opcji **Dodaj spiralę** wprowadzono przyrost kąta 15° i liczbę odcinków równą 24 co pozwoli utworzyć pełny zwoj spirali. Zadano też wysokość zwoju – 3 m. Promień spirali przyjęto też 3m. W zadaniu Spirala2 pokazano tak utworzone elementy.

Teraz podzielono poziomy element startowy tak, aby powstał węzeł w odległości 2 m od wolnego końca tego elementu. Od tego węzła dodano kolejną spiralę tworzącą wewnętrzny policzek schodów. W zadaniu Spirala3 pokazano ten stan modelowania.

Stopnie utworzono metodą powielenia po spirali wybranego motywu. Motywem był element leżący pomiędzy węzłami startowymi obu spirali. Po włączeniu opcji **Powiel** wybrano ten element, następnie kliknięto włącznik „Po spirali” i na planszy wprowadzono dane o spirali. Podpowiadają się wartości wpisane w ostatniej spirali, więc wystarczy je zaakceptować. Przy zadawaniu parametrów spirali do powielenia istotna jest zgodność z wielkościami podanymi przy tworzeniu. Postać modelu po wprowadzeniu stopni pokazano w zadaniu Spirala4.

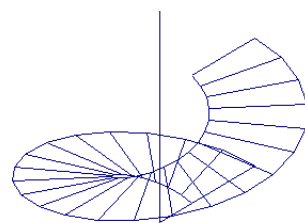
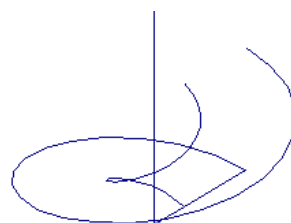
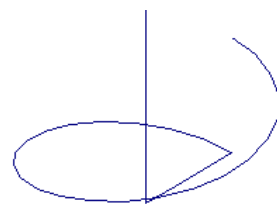
Teraz do węzłów startowych wprowadzono pionowe słupki poręczy. Następnie opcją **Powiel** powtórzono je po zewnętrznej i wewnętrznej spirali. Teraz podzielono pionowy element tak by powstał węzeł na wysokości słupków poręczy.



Wykorzystując węzły na górze słupków, i węzły na pionowym elemencie (pośredni i końcowy) dodano kolejne spirale modelujące poręcz.

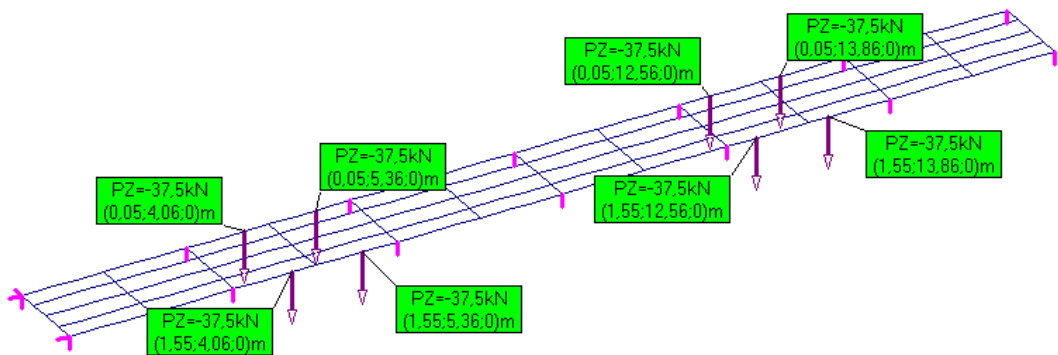
Końcowy efekt modelowania znajduje się w zadaniu Spirala. Zanim osiągnięto taki model zrobiono jeszcze lustrzane odbicie węzłów (menu [Węzły](#), opcja **Lustrzane odbicie**), usunięto elementy startowe oraz podzielono na dwa odcinki zewnętrznych spiral i dodano pośrednie słupki.

W zadaniu Spirala są też zadane przekroje i obciążenie. Jest też rozwiązanie dla obciążenia ciężarem własnym.

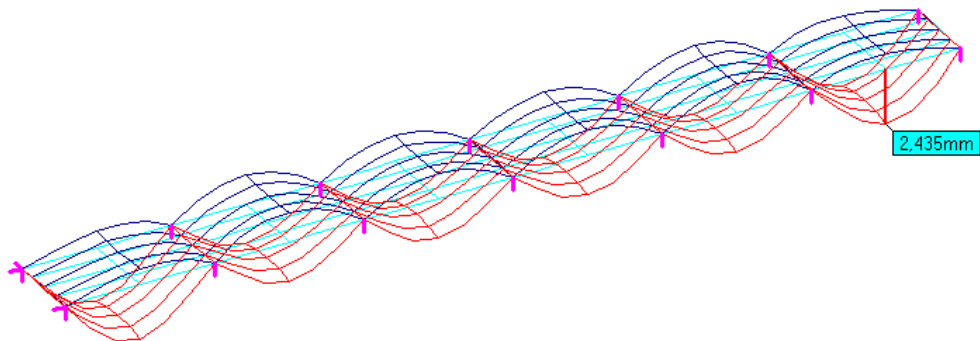


52.22. Tramwaj (obciążenie ruchome)

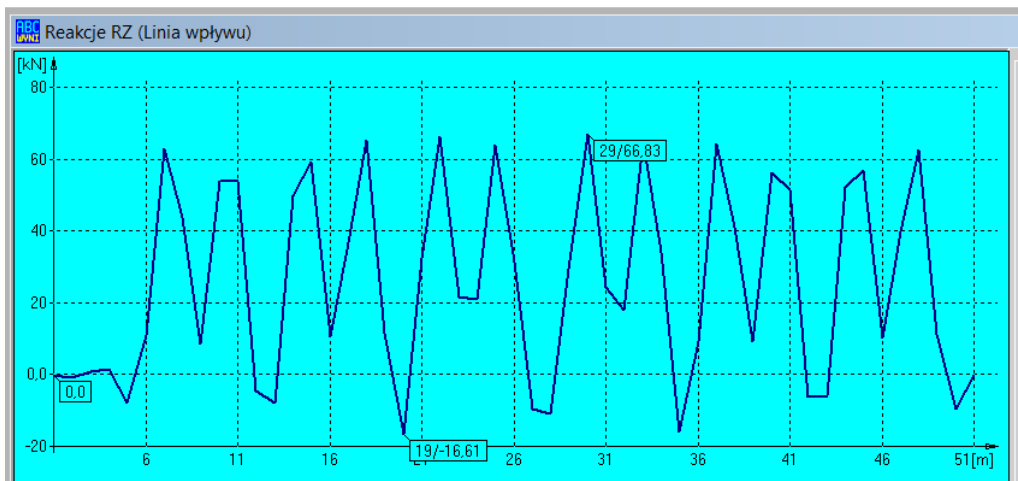
W zadaniu Tramwaj pokazano przykład obciążeń ruchomych. Po płaskim ruszcie o długości 18 m, jeżdżą tramwaje. Przy zadanym kroku program wygenerował 51 schematów z obciążeniami ruchomymi. Poniżej pokazano przykładowe położenie sił ruchomych.



Obwiednię ugięć pokazano poniżej.

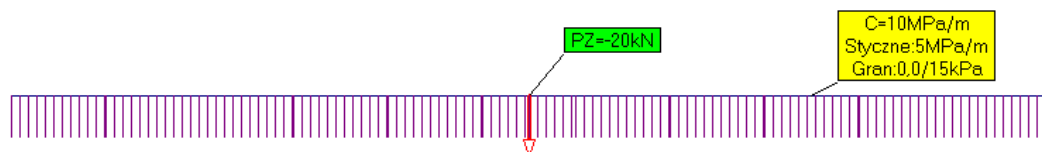


Linia wpływu dla jednej z podpór.

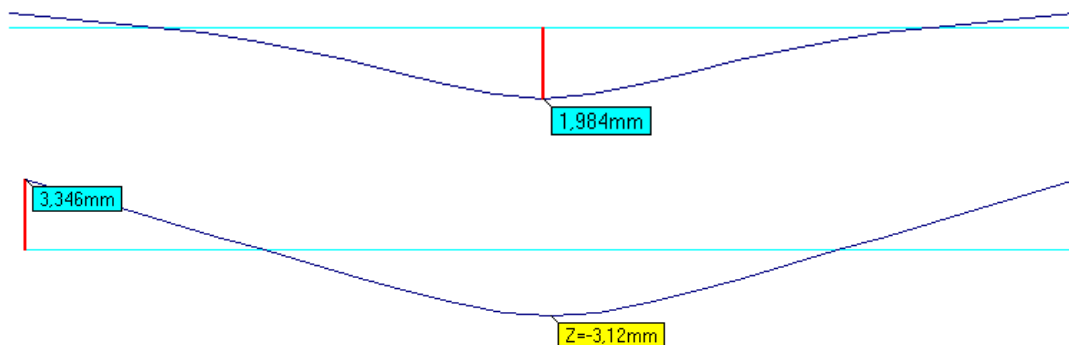


52.23. Belka na podłożu Winklera

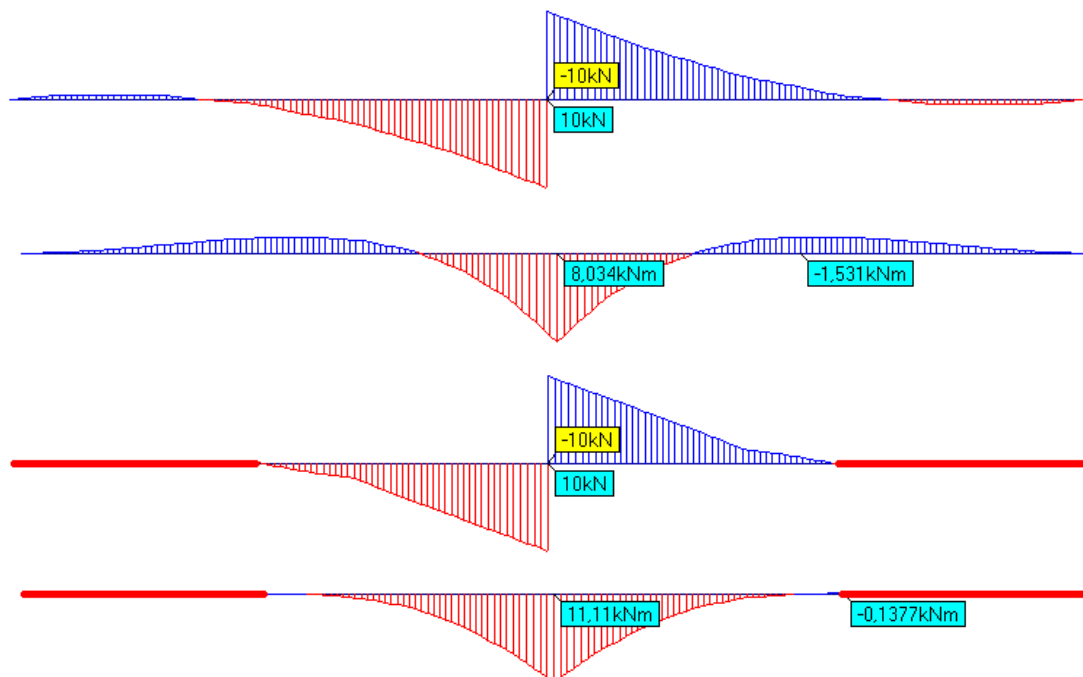
W zadaniach Winkler i WinklerN pokazano liniowe i nieliniowe rozwiązanie belki na sprężystym podłożu, które ma cechy jednostronności i ograniczonej nośności.



W przypadku belki obciążonej siłą skupioną przyłożoną w środku ugięcia liniowe i nieliniowe wyglądają następująco. Grubą kreską zaznaczono miejsca, w których nastąpiło oderwanie belki od podłoża.

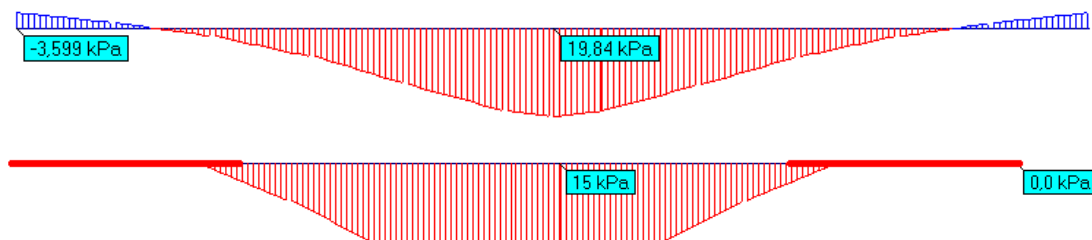


Rozkład sił poprzecznych dla rozwiązania liniowego i nieliniowego pokazano w dwóch kolejnych rysunkach. Kolejne dwa rysunki przedstawiają rozkłady momentów gnących w belce.



Przykładowe zadania

Rozkład odporów podłoża dla rozwiązania liniowego i nieliniowego pokazano na kolejnych dwóch rysunkach. Na rozkładzie odporów dla rozwiązania nieliniowego widać wyraźnie miejsca gdzie nastąpiły odkształcenia plastyczne ustawione przy zadawaniu podłoża na pułapie 15kPa.



Dla belki o nieskończonej długości posadowionej na sprężystym podłożu i obciążonej w środku siłą skupioną jest rozwiązanie analityczne, w którym ugięcie i moment w miejscu przyłożenia siły jest równy:

$$f = \frac{P}{8\alpha^3 EJ}; Mg = \frac{P}{4\alpha}; \alpha = \sqrt[4]{\frac{Cb}{4EJ}}$$

gdzie:

P – siła skupiona = 20kN,

E- moduł Younga = 29961 MPa,

J – moment bezwładności = $2,0 \cdot 10^{-4} \text{m}^4$,

C- moduł sprężystości podłoża Winklera = 10 MPa/m,

b - szerokość belki 0,3 m.

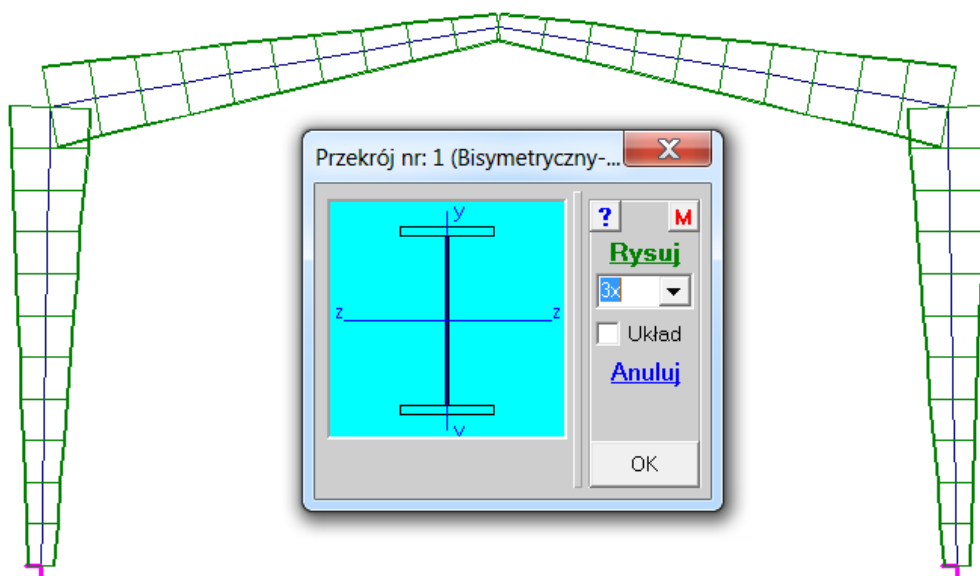
Po podstawieniu wartości otrzymano wartości teoretyczne i odniesiono je do wartości numerycznych. Widać drobne różnice, którą można tłumaczyć skończoną długością belki w modelu numerycznym.

$$f = 1,983\text{mm}, \text{ przy } f_{\text{MES}} = 1,984\text{mm};$$

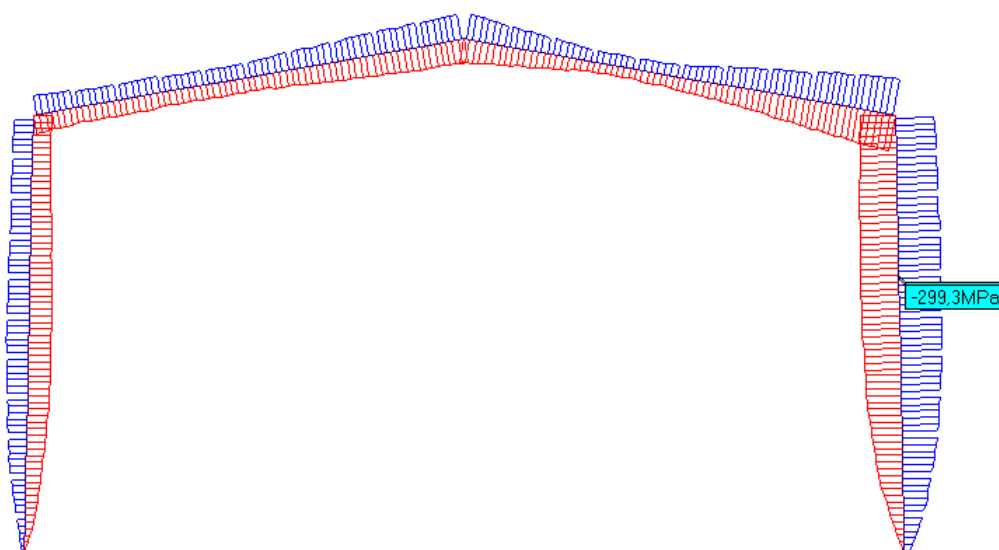
$$Mg = 8,406\text{kNm}, \text{ przy } Mg_{\text{MES}} = 8,034\text{kNm}.$$

52.24. Przekrój o zmiennej wysokości

W zadaniu Zmienny pokazano zastosowanie przekroju o zmiennej wysokości. Do prostej ramy wprowadzono przekrój dwuteowy o zmiennej wysokości środnika.



W czasie wprowadzania takiego przekroju program automatycznie dzieli elementy z takim przekrojem na krótkie odcinki. Długość tych odcinków zadaje użytkownik. W zadaniu wprowadzono trzy schematy: ciężar własny, obciążenie śniegiem i obciążenie wiatrem. Obraz obwiedni naprężeń pokazano poniżej.

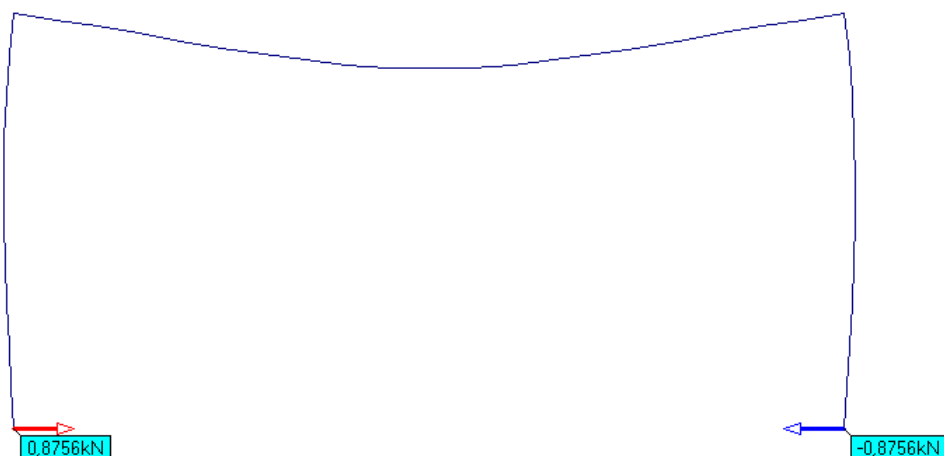


Program Rama3D dla takich przekrojów oblicza stopień wyczerpania nośności przekroju, ale nie wymiaruje elementów. Oblicza też siły krytyczne i postacie wyboczenia.

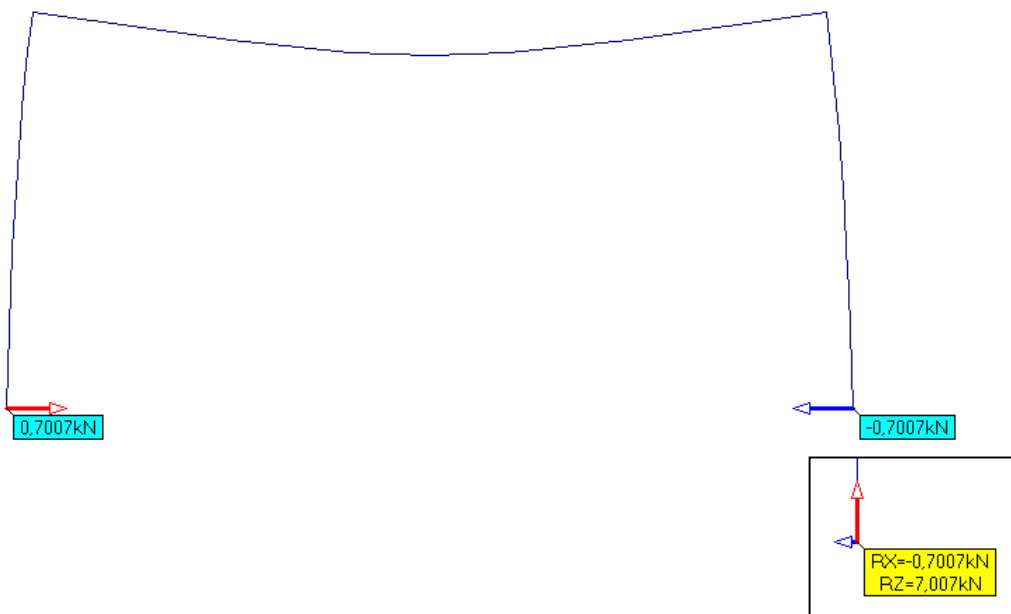
52.25. Podpory z tarcie

W zadaniach ZtarcieML i ZtarcieMN pokazano jeszcze jedną możliwość modelowania nieliniowych podpór. Jeśli podpora ma składowe pionowe i poziome to można wprowadzić współczynnik tarcia, który zwięze poziome reakcje z pionowymi. Oczywiście pod warunkiem, że pojawi się tarcie rozwinięte.

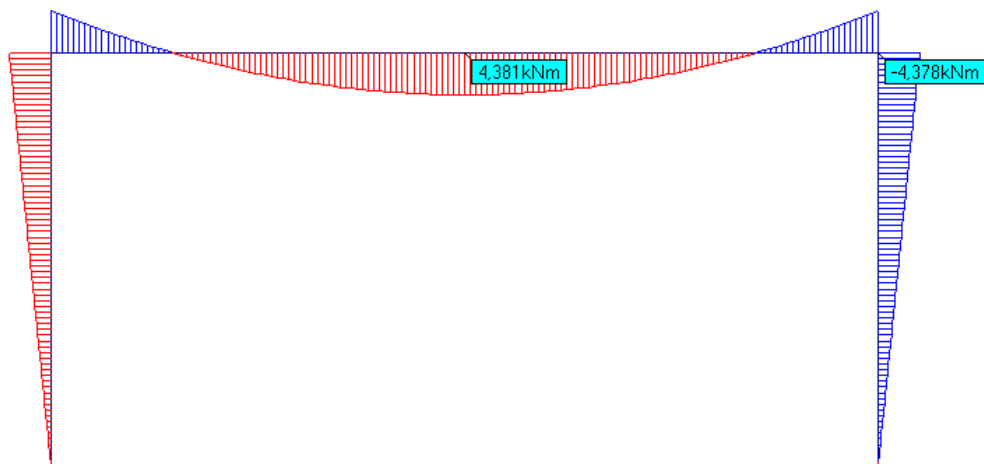
W zadaniu ZtarcieML jest rozwiązanie liniowe, w którym warunek tarcia nie uwzględniano. Poniżej pokazano ugięcia ramy wraz z wartościami poziomych reakcji.



W zadaniu ZtarcieMN obliczenia przeprowadzono iteracyjne. Na poniższym rysunku pokazano ugięcia tej ramy wraz z reakcjami w podporze, w której nastąpiło tarcie rozwinięte.



Rozkład momentów gnących dla rozwiązania liniowego jest następujący.



Po wprowadzeniu warunku tarcia do podpory i rozwiązaniu iteracyjnym okazało się, że momenty w przęśle rosną, a spadają momenty w narożnikach.

